

MATEMÁTICA π PARA FILÓSOFOS



UMA REVISTA DA NOVA ACRÓPOLE

NÚMERO 1 | MAIO 2019

O NÚMERO π

CÍRCULO DE ESTUDOS
LIMA DE FREITAS

TRADIÇÃO PITAGÓRICA
E GEOMETRIA SAGRADA

DONALD NO PAÍS
DAS MATEMÁTICAS

SHAKESPEARE E EUCLIDES

MAIS QUATROCENTOS ANOS
DE ANTIGUIDADE PARA O ZERO?

PODER CRIADOR,
CONSERVADOR E
DESTRUIDOR DA
NATUREZA

ÍNDICE

3

Editorial

Matemática para Filósofos

Por José Carlos Fernández
Diretor da Nova Acrópole em Portugal

6

O Número Pi: 3,14159

Poder Criador, Conservador e Destruidor da Natureza
Por José Carlos Fernández

11

Círculo de Estudos de Matemática e Geometria Sagradas "Lima de Freitas"

Por Paulo Alexandre Loução
Instituto Internacional Hermes / Círculo Lima de Freitas

13

Tradição Pitagórica e Geometria Sagrada

Por Paulo Alexandre Loução

26

Donald no País das Matemáticas

Por José Carlos Fernández

28

Textos filosóficos para refletir

Jorge Ángel Livraga, Helena Blavatsky, N. Sri Ram, Mario Roso de Luna

31

Mínimo Múltiplo Comum e Máximo Divisor Comum

Por Luísa Graça

36

Mais quatrocentos anos de antiguidade para o Zero?

Por José Carlos Fernández

Revista organizada por voluntários da
Organização Internacional Nova Acrópole -
Portugal

Diretor: José Carlos Fernández
Editor: Henrique Roque

Web: www.matematicaparafilosofos.pt
Email: geral@matematicaparafilosofos.pt

Propriedade
e direitos:

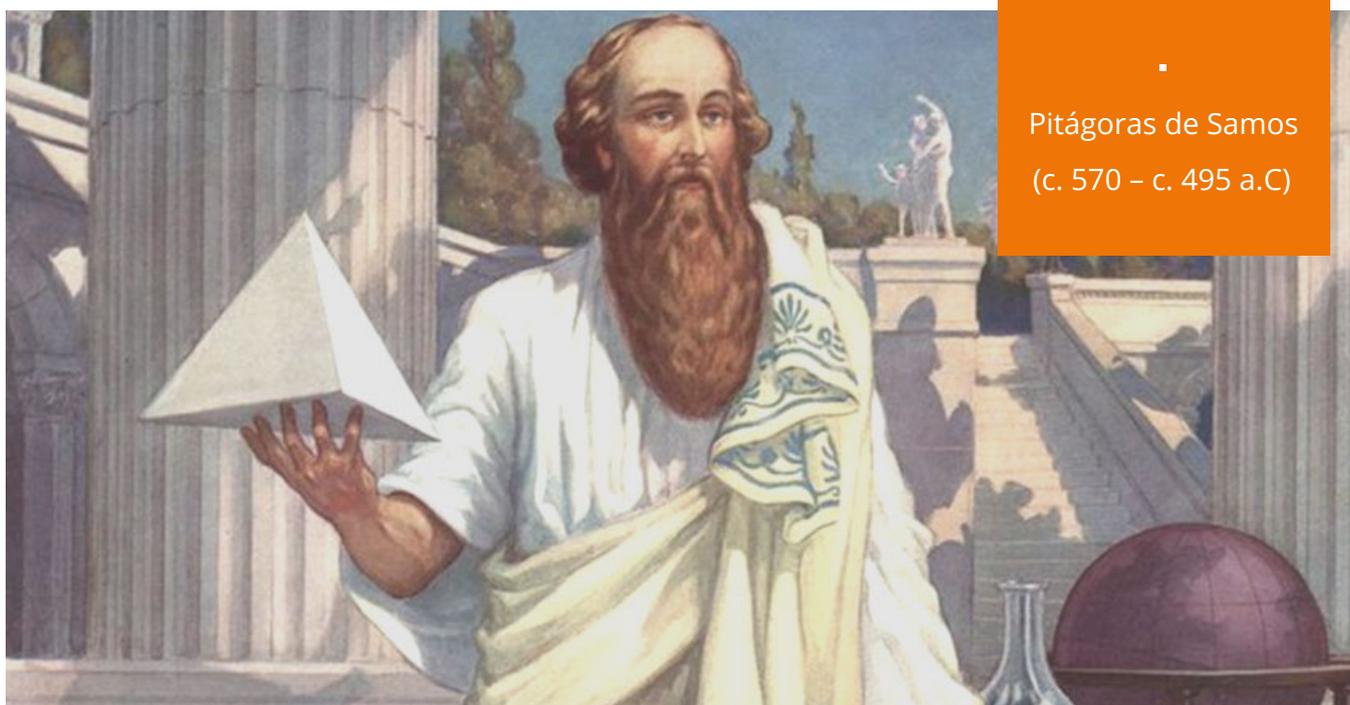
 **NOVA ACRÓPOLE** Filosofia
Cultura
Voluntariado

MATEMÁTICA π **ARA** **FILÓSOFOS**

MATEMÁTICA PARA FILÓSOFOS

Uma revista da Nova Acrópole para promover ideias filosóficas através da Matemática

Por José Carlos Fernández



▪
Pythagoras de Samos
(c. 570 – c. 495 a.C)

"A teoria cosmológica dos números, que Pitágoras aprendeu dos hierofantes egípcios, é a única capaz de conciliar a matéria e o espírito, demonstrando matematicamente a existência de ambos, começando com cada um deles." - Helena Petrovna Blavatsky (1831-1891)

"Cálculos exatos para entrar no conhecimento das coisas existentes e de todos os obscuros segredos e mistérios." - Primera oración del Papiro egipcio matemático de Rhind

Esta revista nasce com o interesse de dar ferramentas matemáticas aos filósofos. Entendemos por filósofos não só aqueles que tem a titulação académica ou os que gostam de ler Kant, Platão, Hegel, Confúcio ou qualquer dos gigantes do pensamento humano. Entendemos por "filósofos" aqueles que têm a tendência natural para perguntar-se pelo sentido íntimo do que os rodeia e inclusive a si mesmos, os que dialogam na sua intimidade seguindo a luz de uma intuição, os que amam aprender, os que sonham ser flechas lançadas ao coração da sabedoria, para fundir-se, quem sabe, na eternidade com Ela no seu infinito que é a raiz de tudo que existe.

Não queremos que seja uma revista para eruditos, nem filósofos nem matemáticos só, mas que possam lê-la todos aqueles com a formação básica em números e geometria, pois o seu intuito é mais pedagógico do que de investigação. Poderíamos também tê-la chamado "Matemáticas para Poetas" pois é para aqueles que se enamoram dos números e das suas propriedades, que sentem a beleza do triângulo ou a dança silenciosa de uma cónica, que se estremecem diante do mistério de Pi (que move o universo inteiro com a sua transcendência) ou dos números primos (pois sentem-nos como estrelas de um firmamento mental); ou experimentam uma

"Os números são as cristalizações da mente, e deste modo, as portas tanto para a verdade como para a criação na matéria..."

grande alegria interior estudando a Proporção Áurea (que governa a natureza e estabelece o vínculo desde o infinitamente grande ao infinitamente pequeno através da analogia ou de uma cadeia de semelhanças).

Os números são as cristalizações da mente, e deste modo, as portas tanto para a verdade como para a criação na matéria, e é evidente que todo o desenvolvimento humano até este, nosso século XXI, especialmente na tecnologia, não teria sido possível sem o crescimento exponencial das nossas ferramentas matemáticas. Mas não acreditamos que uma forma de fazer ou pensar matemática deixa a anterior obsoleta, e que por exemplo a geometria analítica torne desnecessário a ler ou estudar a bela arquitetura de formas e raciocínios de Euclides. Pois estes ensinamentos e imagens não nos servem só para solucionar de forma exata um problema X, mas para aprender a pensar, para descobrir as analogias na Natureza e no profundo da alma. Pois como dizia Galileu, os números são o alfabeto com que Deus escreve em ambas.

As antigas civilizações expressavam os mistérios mais profundos com diagramas geométricos e operações numéricas, a única forma de simbolizar aquilo que está totalmente fora do alcance dos nossos sentidos e ainda quase da nossa imaginação. Que perfeição e clareza, que síntese tão cristalina, por exemplo, o ensinamento filosófico de Nilakantha Sri Ram (1889-1973) quando disse que a educação das crianças é uma elipse cujos focos são a escola e os pais! Milhares de palavras teriam explicado melhor isto, do que com esta bela e simples analogia geométrica? E assim com toda a infinidade de assuntos que a vida nos levanta, como equações que devemos solucionar. É casualidade que dois dos maiores filósofos e taumaturgos, como Proclo e John Dee tenham escrito vários volumes de comentários aos Elementos de Euclides? Ou que Platão disse que o universo é feito do idêntico e do diferente (isto é, do Um e do Outro, simbolizado pelo número 1 e 2, respetivamente)?

Nesta revista também desenvolvemos muitos dos tópicos da que hoje chamamos Matemática e Geometria Sagrada, e a autores clássicos como Pitágoras, Platão, Plutarco, Boécio, Luca Pacioli, Cornelio Agripa... e desde logo a sapiência de H.P.Blavatsky e o matemático e filósofo espanhol Roso de Luna; e também contemporâneos como Stephen Philips, com as suas profundas conexões entre a religião e a ciência usando o poder da Tetraktys pitagórica, Schwaller de Lubicz e os seus estudos de matemática egípcia, Matila Ghyka com o seu clássico *Geometry of Art and Life* e outras obras, aos filósofos e artistas portugueses Almada Negreiros e Lima de Freiras, entre outros.

Para Platão as Matemáticas não têm como finalidade dominar o mundo, submete-lo aos nossos desejos (por desgraça, o uso principal que lhe temos dado), mas abrir um caminho desde o mundo das sensações, caóticas, para a ordem inteligível, em direção ao reino luminoso em que vivem eternamente os Arquétipos. A escada que permitiria este acesso estava sintetizada nas vivências de Aritmética, Geometria, Ciência dos Volumes, Astronomia, Música e Dialética. Vários séculos depois incorporou-se a estas a Linguagem e o seu poder de transformação, e assim nasceu o Trivium (Gramática, Retórica e Dialética) e Quadrivium (Aritmética, Geometria, Astronomia e Música), as Sete Artes Liberais, cuja finalidade não era outra senão enobrecer a alma humana com as vivências do justo, do belo e do bom, ou seja afirmar a sua natureza filosófica, pois a matemática foi sempre para filósofos.

Se a princípio do século II, o filósofo Teón de Esmirna escreveu o livro "Matemáticas para entender Platão", quase dois mil anos depois, desde esta mesma Nova Acrópole em Portugal, sentimos o seu mesmo entusiasmo, aprendemos das suas ideias e lançamos a nossa revista "Matemática para Filósofos" para os enamorados da beleza matemática, para os enamorados da Verdade. ●

Pitágoras de Crotona, desenho de J. Augustus Knapp, circa 1926

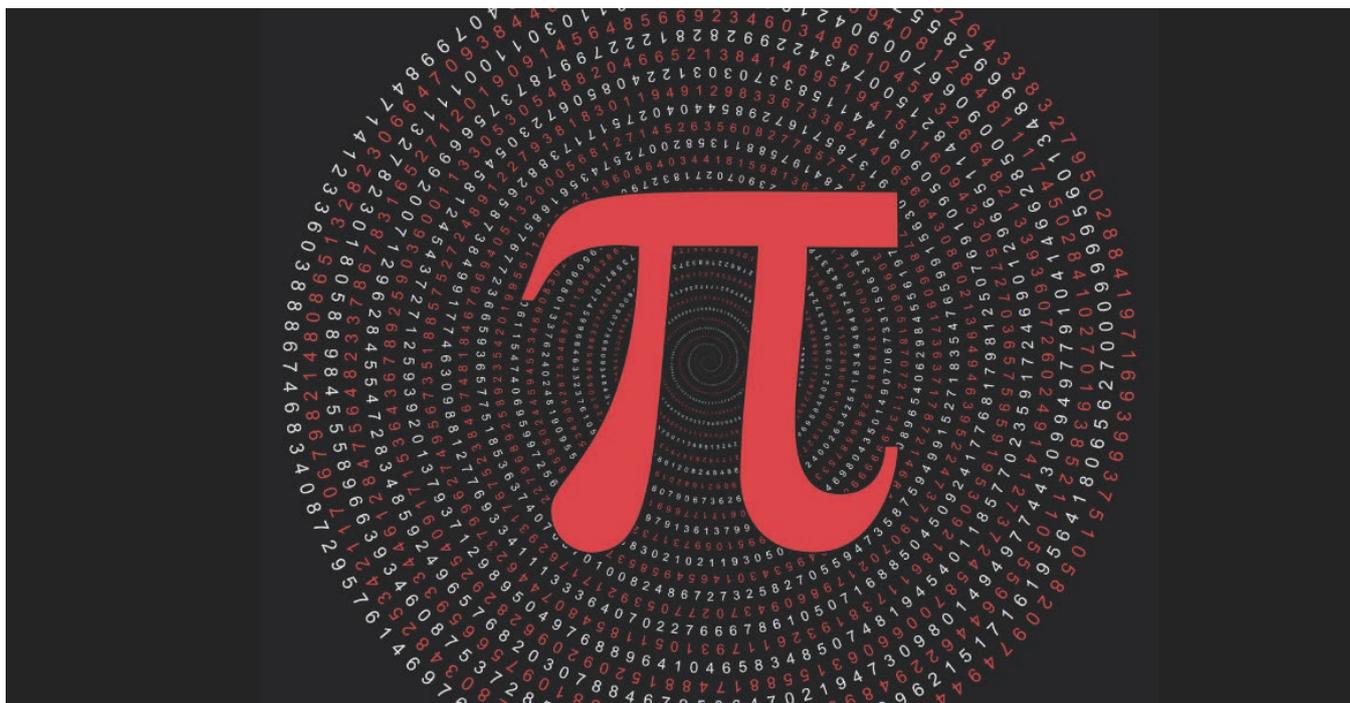


O NÚMERO PI: 3,14159

PODER CRIADOR, CONSERVADOR E DESTRUIDOR DA NATUREZA

Pi é um dos Números Sagrados, que expressa a irrupção do espírito na matéria, ou a cristalização em formas do indefinido, a relação entre o conhecido e o desconhecido (entre o um e o outro), entre o limitado e o ilimitado, entre o Ser e o Existir.

Por José Carlos Fernández



Quando os filósofos pitagóricos ensinaram que Tudo é Número e que os números são os hieróglifos ou símbolos sagrados das Ideias que regem a Natureza é porque pensavam (ou sabiam?) que viver no mundo dos sentidos é como viver numa caverna, limitados e que o único modo que a alma tem de conhecer a realidade pura é com o olho da Inteligência. O que este percebe não são as sombras das sensações, mas as cristalizações da razão, ou seja, os números. Platão, herdeiro destes ensinamentos, insistia que os números não são a abstracção de uma quantidade, mas sim o único modo que temos de tornar inteligível essa quantidade. Os números não derivam das medidas, mas sim estas dos números, pois é a razão que através dos números pode medir, pesar... ordenar o caos das sensações em ritmos ou em figuras (números, em definitivo).

Existe um número que expressa uma relação geométrica que existe entre a circunferência e o seu diâmetro, o número PI. A circunferência é PI multiplicado pelo diâmetro. Este número (é um número ou é o Fiat Lux da Mente Divina que origina os números? É um número, imóvel, como são todos os números ou é o «Uno que se soma» da Matemática Sagrada antiga?) é considerado pelos matemáticos actuais como um número transcendental. Estranhos números estes que expressam funções mas que não podem ser a solução de uma equação algébrica.

Na Matemática das Antigas Civilizações, PI é muito mais do que isso, é a origem das medidas, é a quinta-essência do nosso universo dinâmico, é o símbolo numérico da energia criadora (formadora), sustentadora e destruidora que rege a natureza em todos os seus planos.

NÚMEROS

É um dos Números Sagrados, que expressa a irrupção do espírito na matéria, ou a cristalização em formas do indefinido, a relação entre o conhecido e o desconhecido (entre o um e o outro), entre o limitado e o ilimitado, entre o Ser e o Existir, entre a unidade e a multiplicidade, entre o permanente e o efêmero, o homogêneo e o heterogêneo, entre o Homem Quadrado (material) e o Homem Pentágono (espiritual) de Vitruvius, entre o curvo e o recto: naturezas sempre dissemelhantes e irreconciliáveis.

Em todas as Escolas Esotéricas de todos os tempos foi conhecido como o número chave do Movimento na Natureza, ou seja, símbolo do seu dinamismo, que nasce sempre da contradição entre estes eternos pares de opostos que mencionamos. Para estes sábios, PI, a relação não «satisfeita» entre a circunferência (com o qual todas as teogonias se iniciam), e o duplo diâmetro, é o que origina o primeiro movimento, o giro da cruz, a suástica, que pode ser dextrógira (girando para a direita) ou levógira (girando para a esquerda). A própria palavra sânscrita «suástica» (tristemente conhecida pelo uso que dela fez o nazismo), chamada «cruz bendita» ou «tetragamma», significa etimologicamente «a que se agita por si mesma», ou seja, a vontade criadora, o primeiro movimento. Dizemos relação «não satisfeita» entre a circunferência e o diâmetro porque PI não se pode expressar como um número racional, como uma fração simples, como uma relação numérica. Os infinitos decimais que se apresentam numa dança «aleatória» são a dança da própria vida, o perpétuo solve et coagula da Natureza e que a Alquimia estuda.

Por exemplo, a Doutrina Secreta, obra colossal de H. P. Blavatsky, regista num verso de um livro antiquíssimo, As Estâncias de Dzyan, que ela estudou e compilou no Tibete:

«Os Lipika (os Números-Leis da Natureza) circunscrevem o Triângulo, o Primeiro Um, o Cubo, o Segundo Um e o Pentágono dentro do Ovo (o Círculo). É o Anel chamado 'não passarás', para os que sobem e descem, para os que, durante o Kalpa (Ciclo de Manifestação), estão a marchar até ao Grande Dia: 'Sê como nós' (Quando todo o Universo volta à sua Unidade não Manifestada)».

- A Doutrina Secreta, de Helena Petrovna Blavatsky

É evidente que este «Triângulo, o Primeiro Um, o Cubo, o Segundo Um e o Pentágono» são os símbolos do 3, do 1, do 4, do segundo 1 e do 5, quer dizer o 3.1415, PI e geometricamente são inscritos pelo próprio poder do PI na referida circunferência.

Um dos comentários esotéricos à referida obra, e que a autora reproduz, diz:

«A Grande Mãe (a Eternidade dinâmica e homogênea que o círculo expressa ou, noutra chave, a que guarda o diâmetro horizontal do referido círculo) tem no seu seio o Δ , a $|$, o \square , a segunda $|$ e o \triangle , e está preparada para dar à luz, os valentes Filhos de \square , Δ , $|$ | (o 4 320 000, o Ciclo), cujos dois antecessores são o O (círculo) e o \cdot (Ponto).

- A Doutrina Secreta, de Helena Petrovna Blavatsky

Em todas as civilizações antigas, de acordo com esta autora, os poderes criadores – diferenciadores e formadores – que mantinham a ordem da natureza e que finalmente a levavam à sua extinção foram representados por este número, que vincula a circunferência aos polígonos que nela podemos construir. Eram, portanto, a Hierarquia divina ou angélica que aparece em todas as religiões como dando nascimento ao mundo.

Por exemplo (e seguimos o discurso desta autora), o termo «Deus», que aparece no livro do Génesis bíblico (a terceira palavra, equivalente, portanto ao Fogo, e que por certo aparece no plural, ou seja, seria «Os deuses») é ALHIM que lido numericamente (cada número em hebreu está representado por uma letra do seu «alefato») é 13514, que disposto em círculo (que é o que simbolicamente se deve fazer) dá 31415. O autor Ralston Skinner, que ela cita na sua obra «The Source of Measures», fornece abundantes exemplos do uso anagramático do PI na Bíblia. Diz que é, por exemplo, a relação entre Jeová – o Divino – e Adam Kadmon – o Homem Celeste.

Curiosamente, também o número gnóstico associado a Cristo é o 318, que expressa a relação entre o diâmetro e a circunferência, dando a esta última o valor da unidade [$1 / \text{PI}$ é igual a 0.318]. Este número é também o número do Deus Sol (Helios) dando às letras gregas o valor numérico que lhes corresponde.

NÚMEROS

Este autor destaca que esta relação PI é a que se estabelece (de acordo com o procedimento kabalista da gematria) entre 6 x corvo e 5 x pomba: a pomba, símbolo de Vénus, representa a Vida (por isso o 5 era também o símbolo da Saúde, de Hígia), e o corvo era o permanente, o invisível, a imortalidade. Geralmente diz-se que os egípcios – sendo isto deduzido a partir do Papiro matemático de Rhind ou do de Moscovo – conheciam o PI com um valor de 3.16, o que já é uma boa aproximação. Mas não é certo: conheciam-no com uma aproximação ainda maior. São os matemáticos, e não os egiptólogos, que, tendo estudado as fracções egípcias (que se converteram, quase, num novo ramo da Matemática actual) verificaram que nos textos egípcios aparece expresso, e não como número, mas como conceito, 355/113, que é uma assombrosa aproximação de PI conhecida desde a mais remota antiguidade e divulgada pelo matemático chinês Zu Chongzhi no século V d.C.

Com efeito, 355/113 é igual a 3.14159290... que podemos comparar com o 3.141592653... do PI. Franz Gnaedinger no seu assombroso trabalho sobre a Matemática babilónica, analisando a tabuinha babilónica de argila YBC 7289, onde figuram vários problemas matemáticos, demonstra que os babilónios aproximavam PI com o número (em sexagesimal 3,8,29,44) que é, afirma, a expressão da fracção $84.823/27.000$, ainda mais precisa que a fracção antes mencionada, e que dá o valor de 3,1415925; ainda que este mesmo autor insista no facto dos babilónios terem chegado a esta cifra deduzindo-a da expressão egípcia 355/113. Os egípcios também escreviam PI como o tripleto 13, 17, 173; pois, em fracções egípcias, $3 + 1/13 + 1/17 + 1/173 = 3.141527$, uma boa aproximação, também. Não esqueçamos, mesmo assim, que PI aparece em nada menos do que na construção da Grande Pirâmide como a relação entre o perímetro da base e a altura da mesma (outra vez como símbolo entre a Terra – o quadrado – e o Céu ou Axis Mundi).

Voltando ao conhecimento secreto dos hebreus e que o aprenderam, seguramente, do Egipto (Moisés não era um sacerdote egípcio?), ano («Shana») é 355, o que evoca muito bem o círculo completo nos céus (não esqueçamos que nesta relação, por se referir a PI, 355 representa a circunferência e 113 o diâmetro). O valor numérico (por gematria) de «Faraó» (em hebreu, Pe-Resh-Ayin-He) é também de 355, pois simbólica e magicamente, o Faraó era Todo o Egipto, como proclama Ramsés nas suas estelas, abraçava não só as terras do Egipto mas também as almas das suas gentes; os mesmos mistérios que evocaram todos os verdadeiros reis em todos os tempos em relação à sua terra e ao seu povo.

Um dos símbolos do Faraó era precisamente a Cesta, hieróglifo que significa «Senhor», porque «contém, «reúne», «Dele são» (o mesmo significado que Platão comenta no Crátilo quando se refere aos termos gregos de Anax, Rei e Hektor). Enquanto que a estátua que o representa (que pode ser o seu símbolo vivo, o próprio faraó encarnado, o conceito egípcio Tut, que significa tanto «estátua» como «nobre», é o 113. Estátua (Chukak), na gematria hebraica é 113, o mesmo que a palavra «dividir» ou «metade» (Pelag) (claro, o diâmetro divide o círculo exactamente a meio).

Estes jogos de significado entre palavras e números (lexaritmias) não foram somente património da civilização hebraica, devem ser tão antigas como o Homem, e já nos primeiros signos da língua escrita que conhecemos (os da cerâmica neolítica em Bampo, China, de aproximadamente 5.000 a.C., ou os da Macedónia, de aproximadamente 7.000 a.C., aparecem as letras (idênticas aos signos do silabário tartéssico-ibero-etrusco) representando valores-símbolos.

Não sabemos desde quando os gregos conhecem este procedimento (mágico-iniciático), pois eles tinham o seu próprio sistema de «kabala» com o qual relacionavam numericamente os conceitos e os Deuses entre si (e que tão louvado viria a ser depois, por exemplo, na Idade Média e no Renascimento (ver a Aritmologia de Atanasius Kircher ou a obra do médico e mago Cornelio Agripa). Extraímos do artigo «Helena Petrovna Blavatsky e a redescoberta da 'Kabala grega' e das suas leis: Chave lexaritmica de interpretação» do Prof. Jorge Alvarado, as seguintes interessantíssimas relações vinculadas a PI. Todas elas foram determinadas dando o valor numérico que corresponde às letras gregas que formam os nomes que aqui aparecem.

Comentaremos algumas delas:

OCEANO / NILO = PI

Na mitologia grega, o Oceano não é o mar tal como o entendemos, mas sim o cinturão de água doce que rodeia a terra e, simbolicamente, as Águas Primordiais, o infinito e sem forma, o apeiron ou ilimitado de Anaxímenes; e o Nilo não é só o rio sagrado dos egípcios – como um diâmetro vertical que floresce no Delta – mas era também um símbolo da própria corrente de Vida, a descida de todas as potências criadoras na Natureza. Para além disso, Nilo, em grego, é numericamente 365, pois é o símbolo da Vida (o Jiva Prana da filosofia indiana).

NÚMEROS

CÉU (Ouranos, 961) / **VIA LÁCTEA** (Galaxia, 306) = PI, pois a Via Láctea é como uma «corda» celeste, é como o diâmetro do nosso céu (e, como tal, mostra-se na noite).

CÉU / ZEUS = PI / 2

CÉU / THEOS = PI, «ou seja, Deus seria o diâmetro de um círculo com o qual os antigos representavam o Universo».

Continuando com estas assombrosas relações geométricas e lexicográficas gregas, o autor deste artigo afirma também que numericamente Centro + Espaço + Circunferência = Triângulo Equilátero, imagem de profundos significados quando se medita nela, como faziam os discípulos pitagóricos nas suas provas de ingresso na Fraternidade.

De todos os modos, a mais assombrosa, quase incrível, das medidas de PI, e, para além disso, uma relação palavras-número, é a que ocorre na língua sânscrita, num dos segredos iniciáticos que saíram à luz nos anos 60 do século passado. Já era sabido que as chaves mais secretas e os significados mais profundos dos Vedas (o livro religioso mais antigo que a Humanidade conhece, mãe da maior parte dos textos sagrados, transmitido pela via oral desde há mais de 10.000 anos, segundo os últimos estudos, de carácter arqueoastronómico) eram de carácter numérico e que um mesmo fragmento desta obra (como de quase todas as obras sagradas) podia estar a revelar e a encobrir uma verdade moral, psicológica, alquímica, aritmética, geométrica, cosmogónica, fisiológica, astronómica, etc., etc. Assim refere H. P. Blavatsky em Ísis sem Véu, escrito em 1875.

Mas, foi o yogui, filósofo e matemático Sri Bharati Krishna Tirthaji (1884-1960) que nos forneceu uma prova contundente e definitiva deste facto, relacionado com o número PI. Este grande predicador da cultura da Aryavarta (a Índia Védica), dos seus valores e ciências, foi o grande pioneiro do ressurgir da Matemática Védica ensinada agora não só na Índia, mas também numa imensidão de escolas em todo o mundo, especialmente na América do Norte. Meditando sobre 16 sutras (máximas de sabedoria) do Atharva Veda e dos seus Parirshas (Comentários), elaborou todo um novo e revolucionário sistema de matemática e cálculo de grande valor, especialmente na educação infantil, pois permite fazer operações complexas sem apontamentos. Escreveu 16 volumes de matemática cujos manuscritos (e com eles a obra inteira) foram queimados num acidente, mas em seis semanas conseguiu refazer num grosso volume uma síntese de todos os anteriores.

Nesta obra apresenta um Hino a Krishna (avatar do Deus Vishnu) e a Shiva (Shankara), contido no Vedas (devem pertencer à abundantíssima tradição oral de Kachemir, pois este Hino ainda não foi registado por escrito) (1), e que, aplicando-lhe o «código védico», **uma das relações criptográficas números-sílabas do alfabeto devanagari (que deu origem ao sânscrito) resulta no NÚMERO PI COM MAIS DE TRINTA DECIMAIS!**

O Hino é o seguinte:

gopi bhagya madhuvrata

sringiso dadhi sandhiga

khala jivita khatava

gala hala rasandara

Que traduzido diz: «Ó Senhor ungido com o leite do culto das pastoras (Krishna), Ó Salvador dos caídos, ó mestre de Shiva, por favor, protege-me.»

E a chave de relação que somente afecta as consoantes, pois as vocais são variáveis, permitindo fazer os jogos de palavras e significados.

ka, ta, pa, e ya são todos, o 1;
kha, tha, pha, e ra são todos o 2;
Ga, da, ba, e la para o número 3;
Gha, dha, bha, e va são o número 4;
gna, na, ma, e sa o 5;
ca, ta, e sa o 6;
Cha, tha, e sa o 7;
Ja, da, e ha o 8;
Jha e dha para o 9;
e Ka significa zero.

O que nos permite ler ou cantar com números o hino como o número PI com 32 decimais:

0.31415926535897932384626433832792 = PI/10

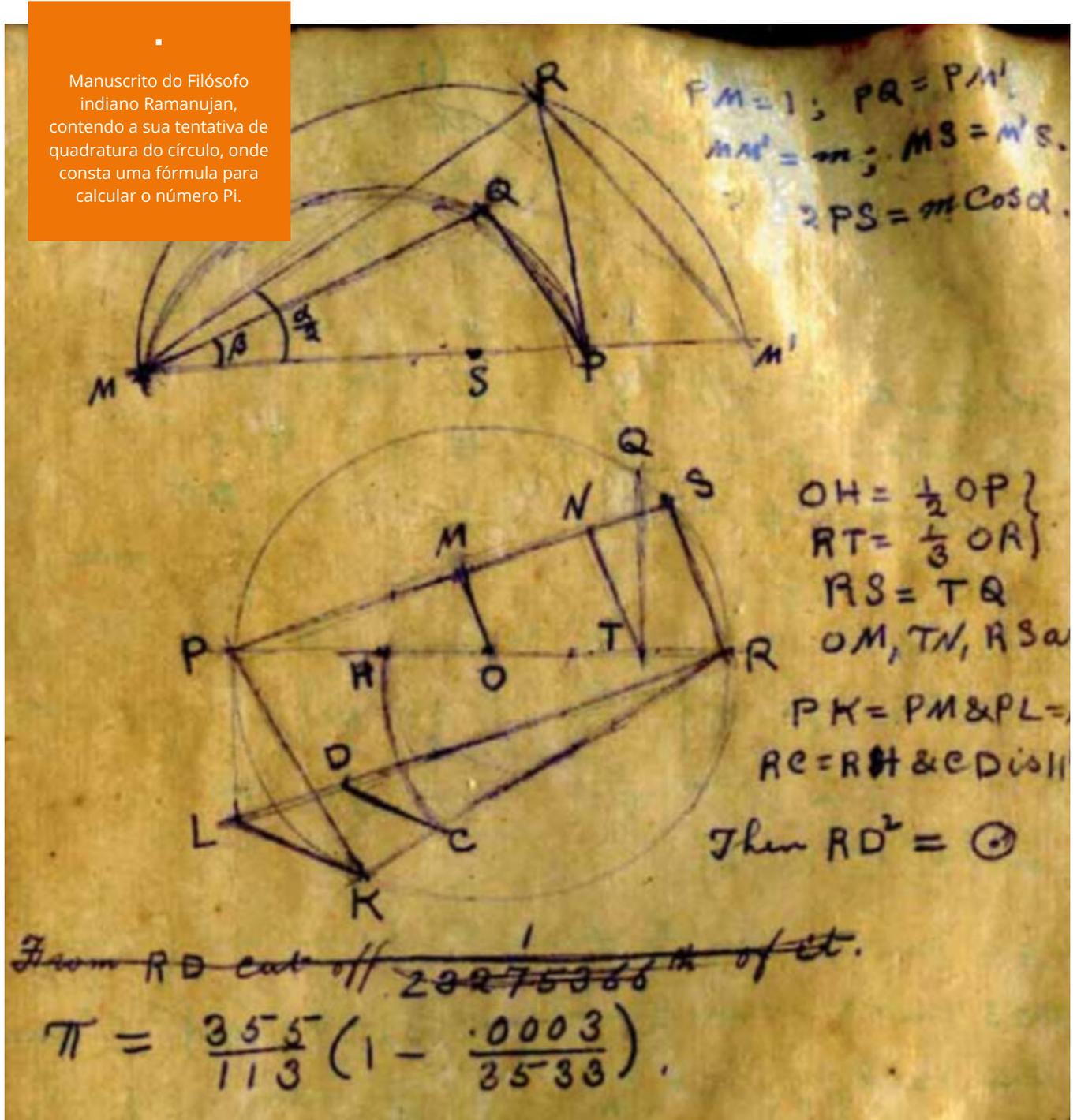
O que é verdadeiramente magnífico é que este hino é numericamente PI, mas literalmente está dedicado aos dois Deuses que regem a cruz giratória, emblema de PI, o poder de emanção e de absorção (força centrífuga e centrípeta), permanente na Natureza. Tal como referimos, Shiva, o regenerador, rege a suástica que gira para a direita (aparentemente o giro do Sol, desde o hemisfério norte) e Vishnu, o conservador, a que gira para a esquerda.

NÚMEROS

No Hino também se suplica a Krishna como mestre de Shiva, como «salvador do caído», a quem se pede protecção. Shiva é o Deus dos Ascetas e, portanto, do sacrifício, o Deus que sustenta com a sua visão interior o Universo inteiro. «Salvador dos caídos» porque é o poder que renova, que permite levantar-se uma e mil vezes para continuar a caminhada, é a Força Interior, é o Grande Poder que mora em todos os seres consciente, é PI, como a força que faz com que a semente se converta em árvore (o SOLVE da Alquimia).

Santo número PI, que expressa o Fogo Primeiro, o Pilar que sustenta integralmente a Natureza e cujo símbolo, a letra grega π , adoptada – ou melhor divulgada – pelo matemático Euler, é como a Porta de um Templo que nos permite penetrar nos Mistérios da Criação, pois tudo aquilo que vive e palpita surge e vive no PI pois, Igne Natura Renovatur Integra («Toda a Natureza é – e será renovada pelo Fogo», lema dos Alquimistas que consideravam Cristo como a Alma Divina crucificada na Natureza e que traduziram assim as letras INRI). ●

Manuscrito do Filósofo indiano Ramanujan, contendo a sua tentativa de quadratura do círculo, onde consta uma fórmula para calcular o número Pi.



CÍRCULO DE ESTUDOS DE MATEMÁTICA E GEOMETRIA SAGRADAS “LIMA DE FREITAS”

O Círculo Lima de Freitas foi criado pela Nova Acrópole Portugal e é atualmente coordenado por Paulo Alexandre Loução, um dos seus fundadores.

Por Paulo Alexandre Loução



Inspirada nos trabalhos realizados no âmbito da Geometria Sagrada por Almada Negreiros e Lima de Freitas, a Nova Acrópole de Portugal criou em 2008 o **CÍRCULO DE ESTUDOS DE MATEMÁTICA E GEOMETRIA SAGRADAS “LIMA DE FREITAS”** com o objectivo de revitalizar e actualizar a tradição pitagórica e platónica em concomitância com o estudos comparados desta tradição com as outras áreas culturais do planeta na procura das essências comuns a toda a Humanidade. Objectivo consignado no segundo princípio da Carta de Fundação da Nova Acrópole, como ONG:

Despertar uma visão global através do estudo comparado da Filosofia, das Artes, das Ciências, Religiões e Artes.

Paralelamente presta-se justa homenagem à figura de Lima de Freitas que nos ofereceu valiosos e inovadores trabalhos na área da geometria sagrada, que merecem ser continuados, na esteira do que ele próprio fez relativamente ao pioneirismo de Almada Negreiros no século XX, ao rememorar a tradição de índole pitagórica.

Este Círculo tem vindo a realizar a sua actividade tendo em conta os escopos abaixo, mormente na realização de seminários de matemática e geometria sagradas realizados em parceria com os centros da Nova Acrópole em Portugal, e também realizando estudos sobre os temas pitagóricos. Quem desejar colaborar como voluntário no Círculo Lima de Freitas poderá contactar-nos através do email circulolimadefreitas@gmail.com.



Mestre Lima de Freitas
(1927-1998)

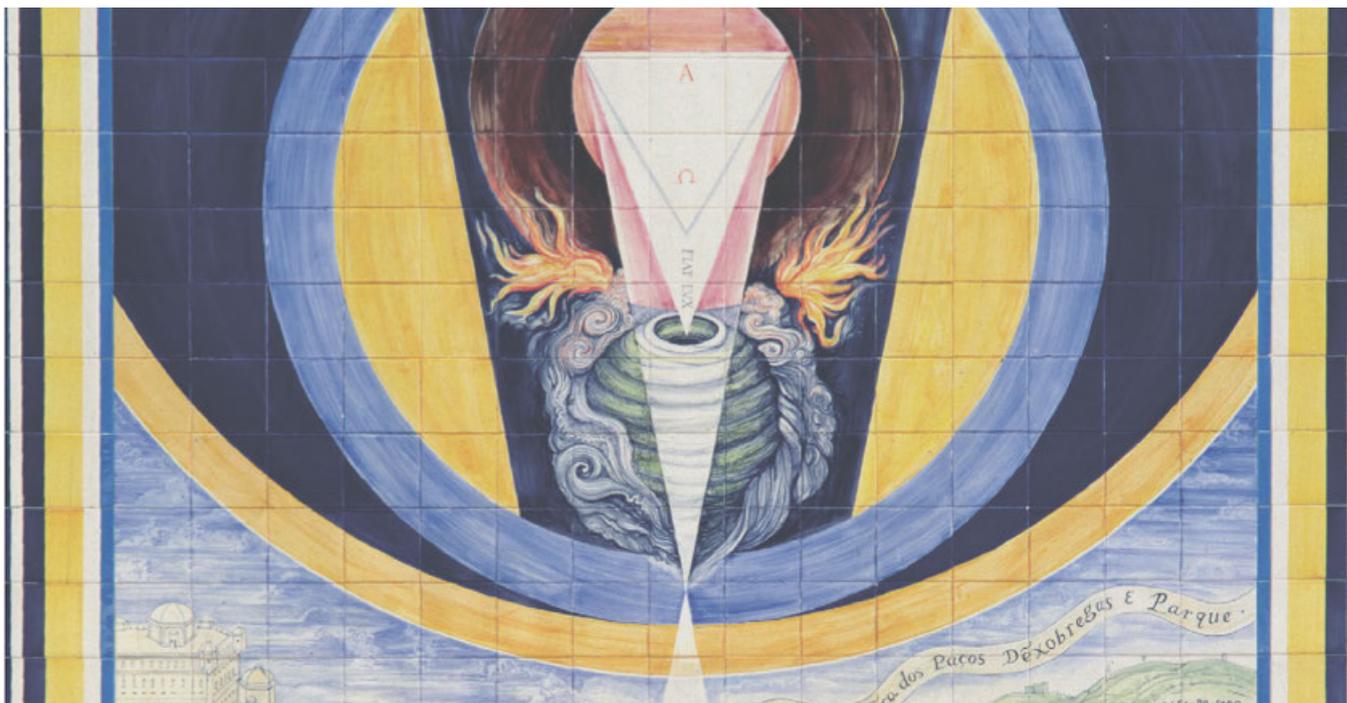
OBJETIVOS DO CÍRCULO DE ESTUDOS DE MATEMÁTICA E GEOMETRIA SAGRADAS “LIMA DE FREITAS”

1. Estudo dos princípios da tradição pitagórica, de sua origem egípcia e oriental e do seu legado ao longo dos séculos.
2. Estudo da aplicação desses princípios numéricos, harmónicos e geométricos na geografia sagrada das culturas antigas, na arquitectura sagrada, na literatura e em todos os domínios onde esses princípios foram aplicados pelos humanos. Trata-se sempre de uma investigação transdisciplinar.
3. Procura desses princípios numéricos, harmónicos e geométricos na Natureza.
4. Fomentar o estudo da presença de princípios da matemática e geometria sagradas na matemática e geometria correntes. Incluir nestas o estudo de matemáticas de outras tradições como a indiana e a maya.
5. Estudo do legado da tradição pitagórica na cultura portuguesa, nomeadamente nas obras de Almada Negreiros e de Lima de Freitas.
6. Desenvolver projectos específicos para estudo destes princípios aplicados na arte e na arquitectura portuguesas.
7. Fomentar a publicação dos estudos realizados no âmbito do Círculo «Lima de Freitas» em revistas científicas, na revista «Fénix» e no web site do Círculo a realizar.
8. Fomentar que os membros do Círculo realizem comunicações e conferências nos centros da Nova Acrópole assim como em universidades de modo a divulgar estas vertentes do conhecimento humano, geralmente olvidadas no mundo académico.
9. Idem para a realização de curso e seminários.
10. Convidar investigadores, nacionais e estrangeiros, não pertencentes ao Círculo, que se tenham distinguido em pesquisas na área das matemática e geometria sagradas, para participarem em projectos do Círculo e proferirem conferências. Fomentar o intercâmbio com outros grupos de estudos congéneres.
11. Fomentar a edição de livros e conteúdos multimédia no âmbito desta temática, assim como a realização de exposições.
12. Realizar projectos de divulgação educativa especialmente para jovens do ensino secundário e universitário, tanto em Portugal como nos Países de Língua Oficial Portuguesa.



TRADIÇÃO PITAGÓRICA E GEOGRAFIA SAGRADA

Por Paulo Alexandre Loução, Instituto Internacional Hermes/Círculo Lima de Freitas



«O número possui de uma forma extraordinária um certo poder de nos atrair para a verdade.»

- Próclo (*Teologia Platónica, IV, 24*)

A cultura grega recolheu uma tradição milenar onde os números e as figuras geométricas formam um alfabeto de ideias e uma cosmovisão em que o arquitecto é visto como um recriador dos cosmo na terra, um cosmisador para utilizar o neologismo criado por Mircea Eliade. No ocidente a figura central desta tradição de matemática e geometria simbólicas foi Pitágoras, filósofo grego que depois de viajar pelo Egipto e Babilónia funda a sua célebre escola em Crotona na Magna Grécia. Assim nasceu o movimento pitagórico que influenciou Platão (veja-se o *Timeu*) e toda a tradição neoplatónica. No século XX, Almada Negreiros estudou amplamente esta

tradição na procura do que chamava a antigrafia, estudos continuados por Lima de Freitas, sendo que ambos se apoiaram nos trabalhos do moldavo Matila Ghyka.

Para esta tradição, os números são as mais puras expressões das ideias e as figuras geométricas as suas sombras. O círculo, o quadrado, as proporções fi e pi são elementos fundamentais na sua concepção filosófica que têm influenciado a arquitectura sagrada ao longo dos tempos.

E sendo o arquitecto o tal recriador cósmico, surge um outro conceito fundamental aliado ao pitagorismo, a qualificação do espaço através de um sentido simbólico outorgado aos pontos cardiais e ao rito de fundação. Fernand Schwarz denominou-o de “geografia sagrada”[1], este sentido de ordenação do espaço onde o território físico se conecta com um território imaginal.

Esta concepção filosófica foi percebida por Lima de Freitas de modo inspirado:

“[Os números são] verdadeiros ‘seres’ carregados de uma profunda significação simbólica e metafísica. [...] O Número é aspecto do Nume. Nele arde o fogo secreto que une todas as coisas, visíveis e invisíveis, passadas presentes e futuras, daqui e de toda a parte. Número é também Nome: nome impronunciável, indizível e secreto que a razão não pode inventar mas que inventa a razão. Como um campo magnético, só discernível quando a limalha de ferro lhe desenha a presença, o Número preexiste à forma e determina-a. Falar do Número é falar da cristalografia da presença, da potência, da ausência, de todos os possíveis. Número – assim o sabiam os Antigos – não é simples computo, nem mero calculo; é a arte da ciência e a ciência da arte; é a ordem secreta donde emanam todas as genéticas, todos os crescimentos; é a chave não espacial dos espaços, a chave atemporal dos tempos, o princípio do lugar, o pólo das polarizações, o diagrama fixo das evanescências; é o Sopro, o Pneuma, o Logos; é o que está e não está, o que é sem ser, a causa sem causa. E é ainda a sua própria consequência e todos os efeitos, o próprio transitório e o próprio evanescente.” [2]

E Almada Negreiros sustentava, «o cânone não é obra do homem, é a captação que o homem pode da imanência. É o advento inicial da luz epistemológica.»[3]

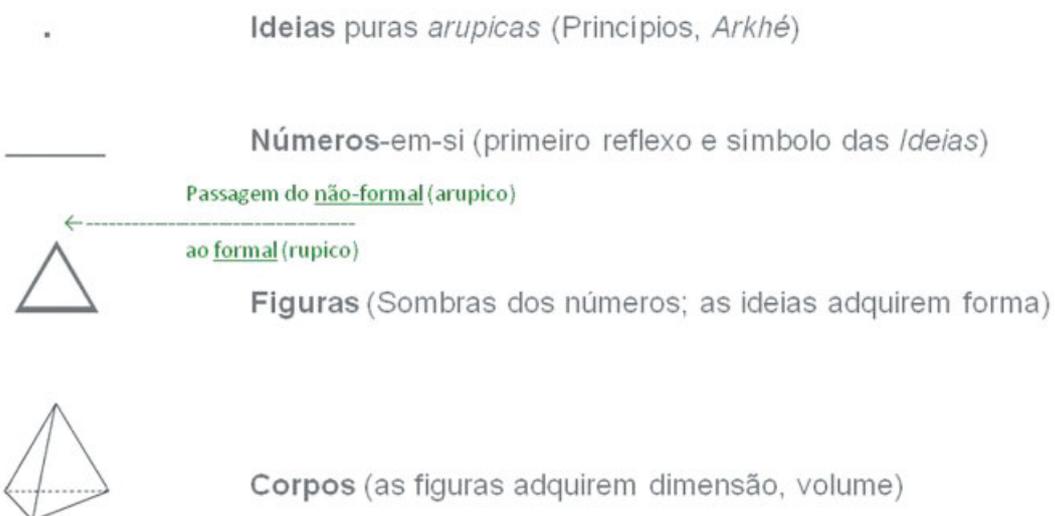
Está assim claro que se trata uma filosofia de descoberta e não de invenção humana, uma filosofia de procura da estrutura invisível da Natureza e de como se manifesta na essência do ser humano. Este é o saber antigráfico, no sentido de antes da grafia, ou, se quisermos, de uma grafia numérico-geométrica universal extraída da Natureza. Neste âmbito Almada Negreiros inspira-se em Francisco da Holanda. Neste contexto, para a cosmovisão pitagórica os números-em-si, ou números ideais, são arquétipos que estão mais além da «cortina» do formal, e não actuam directamente no plano da manifestação. Os entes matemáticos e as figuras geométricas são as suas projecções no mundo imaginal, seres intermédios no processo de manifestação. Neste sentido, como afirma Giovanni Reale, «Os números ideais são, portanto, as essências dos números matemáticos e, enquanto tais, são “inoperáveis”, quer dizer, não podem ser submetidos a operações aritméticas»[4].

É assim que a sequência do ponto, linha, figura e corpo, dão-nos a chave do processo de manifestação da tradição pitagórica.

Processo de manifestação na tradição pitagórica

→ Ponto, linha, figura, corpo.

Das ideias puras aos corpos:



Esta concepção está claramente latente na milenar tradição egípcia. A unidade de onde tudo provém é Nun, símbolo das águas primordiais onde todo o universo reside em potência. De Nun emana um feixe de luz, surge a colina primordial, a primeira manifestação Atum-Rá. Rá é a luz universal, Maat, a sua filha, a justiça e a ordem cósmica, Thot é o seu verbo. O pensamento divino de Rá expressa-se através do verbo, ou seja, Thot que dá forma a todo o universo. Thot é o conceito-divindade que rege a passagem do não-formal, da luz sem-forma (arupica), às formas que permitem a diferenciação no universo, nesta passagem, em que se começam a formar as figuras geométricas fundamentais, os ângulos adquirem especial importância. Thot é, deste modo, o deus que preside ao «centro do mundo», conceito que desenvolveremos mais à frente.

O processo da criação, ou se quisermos, da emanação, é o processo onde a unidade se transforma na pluralidade, o Uno transforma-se no Todo sem perder a sua identidade de Uno, ideia que está subjacente no próprio vocábulo Universo. Da unidade à pluralidade, o espírito vai-se materializando, o ponto move-se e transforma-se na linha, a linha curva-se, angula-se, e dá forma à figura, esta ganha profundidade e surge o corpo, $1+2+3+4=10$, o cosmo está criado.

É neste contexto de cosmovisão pitagórica e cosmoteísta que se pode entender a definição absorvida pelo cristianismo em que a divindade é «comprimento, largura, altura e profundidade», como asseverou Bernardo de Claraval, provavelmente inspirado em Paulo (Efésios, III, 17-18):

«(...) que Cristo habite pela fé nos vossos corações, a fim de que, estando arraigados e fundados em amor, possais compreender, com todos os cristãos, qual é a largura, o comprimento, a altura e a profundidade (...).»

Na emanação o espírito materializa-se, os deuses criam o universo. O Uno pluraliza-se. O ponto inicial ganha volume, ou seja, tem «comprimento, largura, altura e profundidade», torna-se o Todo.

No regresso do Todo à síntese da Unidade, o um-sem-segundo, a matéria espiritualiza-se. É o caminho dos humanos, a sequência corpo-figura-linha-ponto, a ascensão da consciência às ideias puras. Para o efeito, tem especial funcionalidade o mundo intermédio das formas imateriais, o mundus imaginalis, tradução de Henry Corbin para o conceito de alam-al-mithaldos neoplatónicos xiitas. Leia-se Suhrawardi (1155-1191) no seu Livro da Teosofia Oriental[5]:

"Assim como os antigos sábios, como Platão, Sócrates, Empédocles e outros, afirmaram a existência das Ideias Platónicas assegurando que são inteligíveis e pura luz, também admitiram a existência das formas imaginais autónomas, não imanentes a um substrato material do nosso mundo. Admitiram que são substâncias separadas, independentes das matérias materiais, e radicam na faculdade mediadora e na imaginação activa da alma, no sentido de que estas duas faculdades são os seus lugares epifânicos (...).

Estes sábios admitiam a existência de um universo duplo: por uma parte, o universo do suprasensível puro, por outra parte, o mundo das formas materiais, ou seja, o mundo das esferas celestes e dos elementos, mas, entre ambos, o mundo das formas das aparições, quer dizer, o mundo das formas imaginais autónomas(...). Estas formas imaginais (...) são substâncias espirituais que subsistem em si mesmas e por si mesmas no mundo da percepção imaginativa (...). Podemos dizer que todo o universo do imaginal é o lugar epifânico da Luz das Luzes e dos seres de luz imateriais. (...)” - Suhrawardi, Livro da Teosofia Oriental

O mundo imaginal é assim o lugar onde o raio de luz (a linha) ganha forma, cor, diferenciação, está entre a linha e a figura, entre o mundo arupico e o mundo rupico: é o lugar do «centro do mundo».

Corbin reitera que no neoplatonismo persa persiste a ideia da aparição (teofanismo, epifanismo), ou seja, o contacto entre uma forma imaginal e a consciência humana. Esse contacto acontece no centro do mundo. Quer dizer, o lugar onde a consciência humana tem a visão da imagem do divino (teofania).

Este conceito simbólico do «centro do mundo» tem sido muito utilizado por pensadores do «Novo Espírito Antropológico». Mircea Eliade, no seu Tratado de História das Religiões, sustenta:

«No centro do mundo está a “Montanha Sagrada”, aí onde se encontram o Céu e a Terra. (...) O “acesso ao centro” é equivalente a uma consagração, a uma iniciação.»

Simbolicamente, o «centro do mundo» pode ser visto como um espelho. Um espelho que recebe a “Luz branca” das Ideias Puras, não formais, e projecta no alam-al-mithalas formas imaginais que se tornam veículos daquela Luz. É como um prisma onde a luz (ou ideia pura) não-formal adquire forma.

Para Lima de Freitas, 515 de Dante é uma referência ao lugar do espelho. Note-se como no seu óleo, «O mensageiro do 515», se encontra um prisma através do qual a luz branca se decompõe nas sete cores do arco-íris. Esse prisma é um símbolo do «centro do mundo». O «centro do mundo» é o lugar da visão que provoca a ressurreição, Hurqalya para os neoplatónicos persas. É onde a ideia-número projecta a sua sombra geométrica, segundo pensamento pitagórico. No pensamento indiano fala-se da passagem do arupico (sem-forma) ao rupico (formal).

O órgão da consciência que permite o acesso ao centro do mundo é a imaginação, a imaginação criadora. Aí acontecem os insights, as visões internas do sagrado, já que o centro permite o contacto entre o profano e o sagrado. Segundo esta perspectiva, a imagem precede o conceito, tal como a imagem de um brasão de armas precedeu a assinatura de um nome.

O centro do mundo é o lugar de inspiração, da captação da imagem que depois pode tomar forma racional ou artística (uma teoria da criatividade). É o lugar do arquitecto como recriador cósmico. É simbolizado pelo omphalos, como o de Delfos, e pelas igrejas-rotunda como a Charola do Convento de Cristo. A imaginação, como controlo e condução segura das imagens e não como fantasia, é o órgão da alma que permite o acesso ao centro. E como afirmaria Mircea Eliade em *Imagens e Símbolos*, «as imagens são “aberturas” para um mundo trans-histórico.»

Na Idade Média a vesica piscis era um símbolo do mundo imaginal como lugar de aparição. Essa intercessão entre duas circunferências (o mundo das ideias e o mundo da matéria) era o lugar da epifania de Cristo.



Símbolo também absorvido pelos sufis do islão. Repare-se neste excerto de um poema de Mehemet Tchelebi:

«Aprende que o círculo tem duas faces diferentes. Põe uma à direita e outra à esquerda, a face da direita é o mundo exterior, a face da esquerda é o mundo interior. À frente dele está o lugar do homem, o homem é o espelho do misericordioso.»[6]

Simbolicamente, também podemos associar o centro do mundo à tensão entre a curva e a recta, entre o círculo do céu e o quadrado da terra. A quadratura do círculo é impossível, em termos geométricos, usando o esquadro e o compasso, porque o céu e a terra não comunicam directamente, para o efeito necessitam de um elemento que faça a ligação, que é o ser humano.

Deus como Arquitecto, Codex Vindobonensis 2554,
Biblioteca Nacional da Áustria, séc. XIII.



GEOMETRIA SAGRADA

Por essa razão, nas representações de Deus como arquitecto, este sempre aparece com o compasso e não com o esquadro. O compasso desenha círculos, as ideias, o esquadro está associado às rectas, à rectidão, à obra concretizada, à manifestação na terra.

Essa força que permite a passagem do círculo ao quadrado é fohat, o impulso espiritual que estrutura a matéria. O ser humano como co-criador e ser crucificado na terra mas com alma de origem divina, tem essa possibilidade de captar os círculos do céu, as ideias, e, através da sua rectidão, concretizá-las na terra.

Fohat é o π , daí a importância simbólica do 3,14 como proporção, que aparece constantemente reflectida em monumentos como por exemplo a pirâmide de Keóps. Na China, o imperador mitológico Fuxi aparece amiúde representado com a sua irmã-esposa Nüwa, ambos meio-serpentes, meio-humanos, sendo que Fuxi porta um esquadro e Nüwa um compasso.

Almada Negreiros, primeiro, e Lima de Freitas, depois, interessaram-se deveras pelo chamado Ponto da Bauhütte, referido no seguinte dito de origem medieval:

Um ponto que está no círculo e se coloca no quadrado e no triângulo: conheces este ponto?

Tudo irá bem.

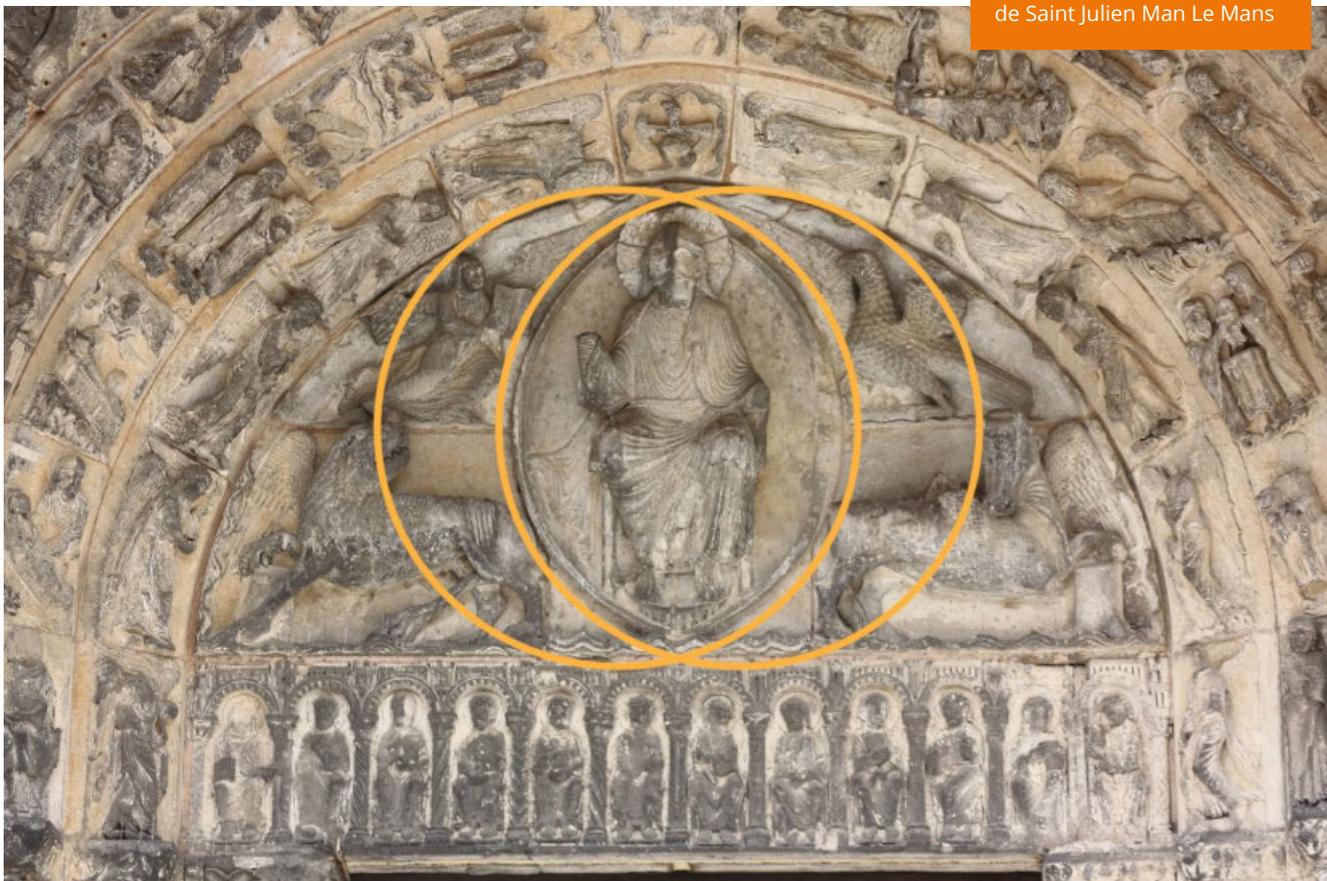
Não o conheces?

Tudo será em vão.

- Referência medieval ao Ponto de Bauhütte

Independentemente da solução geométrica para o enigma proposta, o essencial da mensagem deste dito é a de que o mestre arquitecto para realizar a obra tem de possuir uma consciência vertical que ligue o círculo do céu, a força divina da trindade e o quadrado da terra. Encontre o axis mundi.

Cristo no interior de uma vesica piscis, Catedral de Saint Julien Man Le Mans

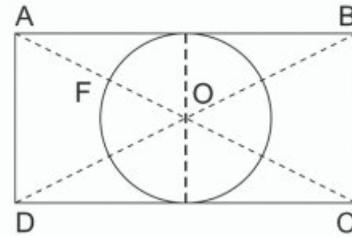


Na Idade Média conheciam-se os princípios pitagóricos da arquitectura sagrada, nomeadamente no seio das confrarias de mestres canteiros e na famosa Escola de Chartres. Pitágoras está representado na Catedral de Chartres e o Timeu de Platão circulava nos meios cultos da época. E já Santo Agostinho asseverava:

«(...) se os homens desprezam o número, por não conhecer a sua essência, aqueles que a conhecem e meditam no seu âmago descobrem a profunda unidade da natureza, que faz do número e da sabedoria uma mesma realidade inteligível.» - Santo Agostinho, *De libre arbitrio*

E o duplo quadrado referido no Antigo Testamento, (I Reis, VI, II), como uma das proporções mais importantes do Templo de Salomão, foi amiúde utilizado nas plantas das igrejas românicas, por exemplo na Igreja da Cabeça Santa, em Penafiel.

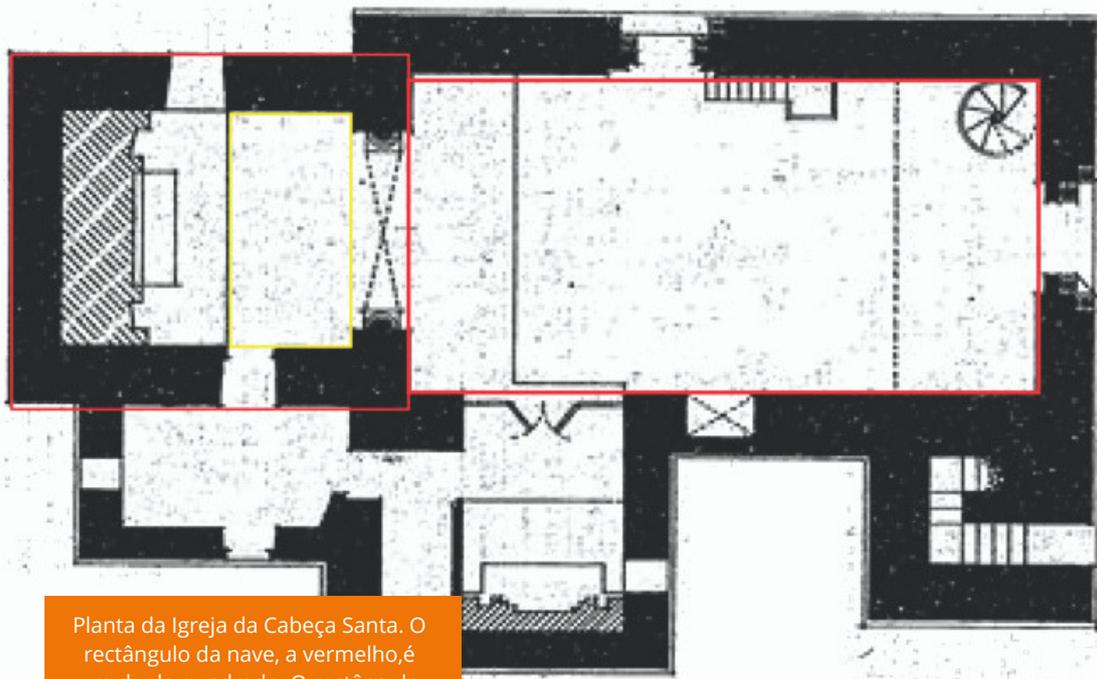
O duplo quadrado é uma figura geométrica com muitas propriedades, veja-se:



O duplo quadrado tem grande propriedades sacro-geométricas. Para AD igual à unidade e CD igual ao dobro da unidade temos que:
 CF é igual a ϕ
 FA ao inverso de ϕ
 CA, a soma dos dois anteriores, à raiz quadrada de 5
 O ângulo de AC com CD é de 26°

A proporção dourada ou secção áurea, aproximadamente 1,618, é comumente representada pelo phi. Euclides definiu como encontrar a razão de ouro:

Diz-se que uma recta está dividida em média e extrema razão quando o comprimento da linha total está para a parte maior como esta parte está para a menor. - Euclides, *Elementos de Geometria, VI*



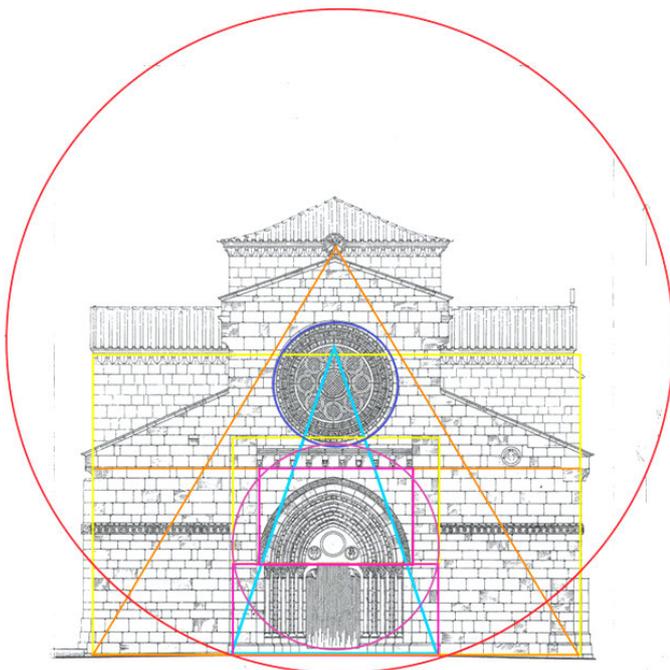
Planta da Igreja da Cabeça Santa. O rectângulo da nave, a vermelho, é um duplo quadrado. O rectângulo em amarelo da abside é dourado.

GEOMETRIA SAGRADA

Na Idade Média, e ainda durante o Renascimento, o arquitecto como recriador do cosmo está bem ciente desta linguagem antigráfica que estabelece ligações entre o céu e a terra. Como escreveu Jean-Pierre Bayard na sua obra *La Tradition cachée des cathédrales*:

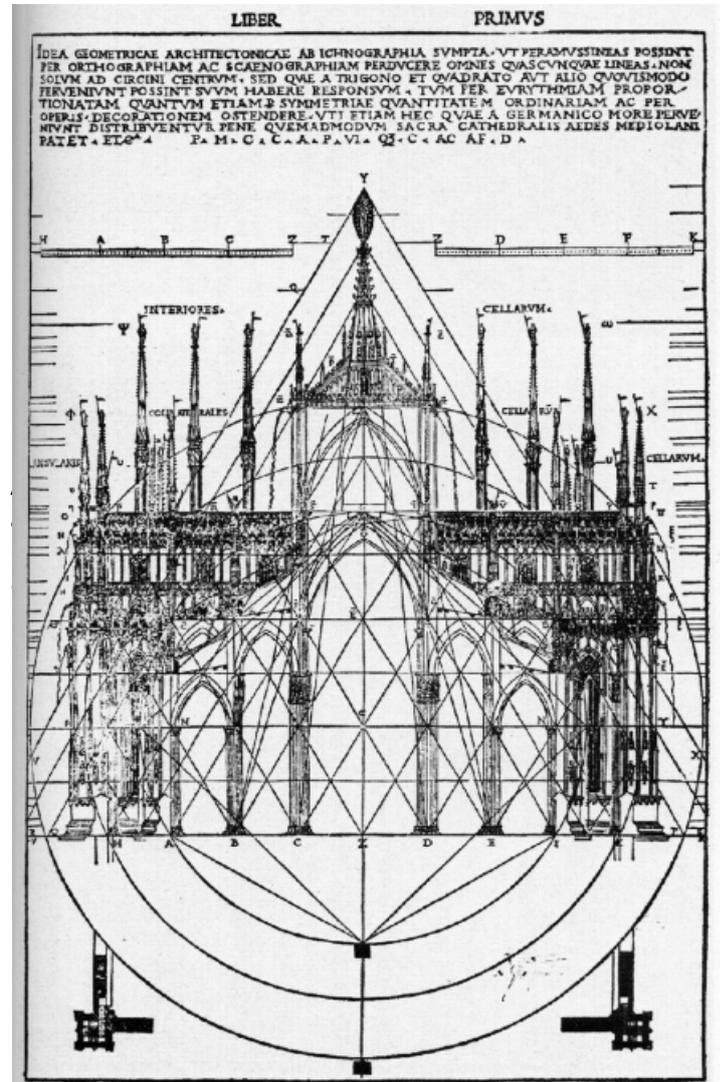
«O arquitecto medieval confere aos traçados mais elementares um sentido secreto. Com a ajuda do compasso, o «instrumento do Senhor», encontra, por meio das proporções que se desprendem, um valor numérico que o coloca em comunicação com as formas naturais. A harmonia surgida das figuras simples, que se decompõem e recortam de tantas formas, une o detalhe ao todo. Não existe separação, mas fusão, entre o mundo material e o seu espírito.»

Vejemos o exemplo da fachada da Igreja do Mosteiro de S. Salvador de Paço de Sousa. Encontramos amiúde a proporção dourada, o triângulo equilátero assim como o triângulo dourado do decágono:



Igreja do Mosteiro de S. Salvador de Paço de Sousa

Repare-se também no estudo geométrico realizado por Cesar Cesariano sobre a Catedral de Milão:



GEOMETRIA SAGRADA

«Como é em cima é em baixo, como é em baixo é em cima» - Máxima atribuída a

Hermes Trismegisto, Kybalion

No geral, para as grandes civilizações do passado, o templo, a cidade, o país, eram espaços qualificados, cosmisados, que reflectiam a ordem cósmica do céu. O arquitecto era iniciado para qualificar o espaço de modo a afastar as forças do caos, dando-lhe uma ordem (cosmisando-o) inspirada na ordem celeste, por exemplo no Egipto o Nilo celeste reflectia-se no Nilo terrestre, ligavam-se na nascente mítica do Assuão, origem da vida. Esta qualificação do espaço estava de acordo com uma geografia imaginal, ou geografia sagrada, onde a ideia de centro e dos quatro pontos cardiais tinham especial significado.

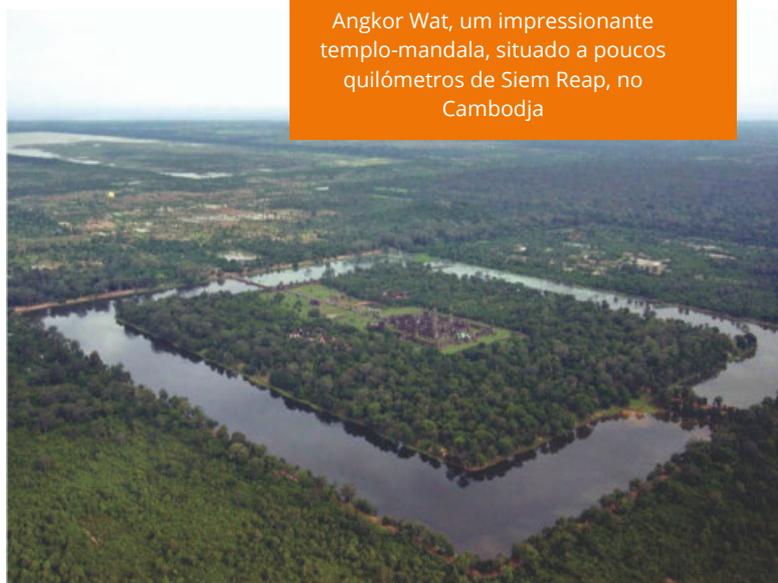
Do mesmo modo que o ser humano vive numa constante tensão entre o seu mundo subjectivo, psíquico, e a sua circunstância externa, a cidade física estava envolvida por uma geografia imaginal, que lhe dava significado. Voltando ao exemplo egípcio, toda a sua geografia sagrada tem por base a própria cruz de fogo e água, que era a própria terra de Khem. A linha de fogo e de luz era o caminho dos deuses, de Rá, que todos os dias nascia a oriente e cruzava o mundo dos vivos (a oriente) e o mundo dos mortos (a ocidente), em Tebas, na actual Luxor, esta qualificação do espaço ainda hoje pode ser perfeitamente percebida, na Tebas oriental estava o mundo dos vivos, o templo da criação, Karnac, e o templo do Ka Real e do nascimento do faraó, filho do sol, templo de Luxor. Na Tebas ocidental, ou seja, a ocidente do Nilo, estão o vale dos Reis, das Rainhas e dos Nobres, com as suas câmaras de ressurreição, os seus túmulos, assim como os chamados templos de milhões de anos, os grandes templos funerários dos faraós, como o magnífico de Hatchepsut em Del el-Bahari. A linha de água, da vida, da realeza, é o eixo norte-sul tipificado pelo próprio Nilo que flui de sul para norte. Da origem da vida, no Assuão, até ao delta do Nilo, papiro que se abre. Estas duas linhas, a de luz e da vida, deram a estrutura à geografia sagrada e imaginal do Egipto[7].

Observemos o circuito sagrado da múmia real até atingir a sua câmara da ressurreição nas grandes pirâmides de Gizé. Por exemplo, na de Kefren. Chegava a múmia através de um braço do Nilo ao porto que estava junto ao templo de baixo, ao lado da Esfinge, a oriente do complexo, depois fazia a via sacra que reproduzia o *dwat*, até ao templo de cima, eixo oriente-ocidente, de seguida, circundava a pirâmide e entrava a norte, e realizava simbolicamente o caminho norte-sul, em direcção à origem da vida, a partir daí seguia no duplo ou *kada* sua barca sagrada[8] pelo Nilo celeste. Portanto, o faraó antes de encontrar a sua morada da eternidade reproduzia a cruz de luz e vida.

Vamos encontrar em várias tradições a ideia mandálica de um centro, como akropólis, cidade alta ou do centro, onde se encontram os templos e instituições mais importantes da cidade. Seguindo a expressão geométrica do 4+1, 4 como o quadrado da terra, e 1 como o centro e eixo que verticaliza as energias telúricas estabelecendo a ligação entre o céu e a terra, que «prende» a energia celeste, como era a ideia do Intihuatana de Machu Picchu.

O 4 surge também como expressão numérica simbólica dos quatro elementos, terra, água, ar e fogo. Sendo o quinto elemento, o éter, simbolizado pelo dodecaedro pelos pitagóricos e platónicos, aquele que está directamente relacionado com o espaço celeste. Como exemplo desta estrutura mandálica citamos o caso da cidade azteca de Tenochtitlan e Angkor Wat, no Camboja.

Angkor Wat, um impressionante templo-mandala, situado a poucos quilómetros de Siem Reap, no Camboja



GEOMETRIA SAGRADA

Em Paris, o centro simbólico da cidade é claramente a Île de la Cité, sendo o decumanus actual a recta que vai desde o Louvre até ao Grande Arche de La Défense. Este decumanus tem um desvio de 26° relativamente ao paralelo, o mesmo desvio que encontramos no eixo na Notre-Dame, que é curiosamente um ângulo relacionado com o duplo quadrado (ver imagem supra). Um ângulo identitário da geografia sagrada de Paris [9].

Relativamente à Grécia antiga, Theopanis Maniàs encontrou uma geometria impressionante formada pela localização dos templos principais. Trata-se de um tema de grande relevância para a compreensão das origens da cultura ocidental pelo que o desenvolveremos em próximos trabalhos.

E. g. verifique-se que Delfos está à mesma distância da Acrópole de Atenas e de Olímpia, sendo que assim, Acrópole-Delfos-Olímpia formam um triângulo isósceles. E Nemeia está à mesma distância de Olímpia e da Acrópole. Mais significativo, Nemeia-Delfos-Olímpia forma um triângulo rectângulo igual ao triângulo Nemeia-Delfos-Acrópole. Nestes dois triângulos rectângulos a relação entre a hipotenusa e o lado Nemeia-Delfos é 1,618, a proporção dourada!



Recordemos que Delfos era o omphalos da Grécia, «umbigo do mundo», o mesmo significado que Cuzco para o império Inca. Em Cuzco, o Coricancha era o centro sagrado de todo o império Inca, onde periodicamente se levavam objectos sagrados, huacas, de todas as religiões.

Sobre o espaço e geografia sagrados, recordemos Mircea Eliade[10]:

«Como se trata de um espaço sagrado, que é dado por uma hierofania ou construído ritualmente, e não de um espaço profano, homogéneo, geométrico, a pluralidade de «Centro da Terra» no interior de uma só região habitada não revela alguma dificuldade. Estamos em presença de uma geografia sagrada e mítica, a única efectivamente real, e não de uma geografia profana, “objectiva”, de uma forma abstracta e não essencial, construção teórica de um espaço e de um mundo que habitamos e, por conseguinte, que não conhecemos. Na geografia mítica, o espaço sagrado é o espaço real por excelência, visto que, para o mundo arcaico o mito é real porque ele narra as manifestações da verdadeira realidade: o sagrado.»

É tempo de recordar o grande neoplatónico português, Francisco da Holanda, no momento em que se comemora o quinto centenário do seu nascimento.

«Muito primeiro se há de fortalecer e reedificar a cidade interior de nossa alma que a de pedra e cal exterior.»

- *Da fabrica que fallece á cidade de Lisboa*, cap. II. Actualizámos ortografia na citação.

GEOMETRIA SAGRADA

Lisboa que após o terramoto também encontrou géometras e arquitectos de índole pitagórica e hermética. Repare-se como o símbolo do caduceu de Hermes foi cristalizado na geografia da Baixa Pombalina, através da rua Augusta, signo do cetro, do axis, e das rua laterais, do ouro e da prata, símbolo das duas serpentes e das energias lunar, prata, e solar, ouro.

Prometemos em futuros trabalhos, através do Círculo Lima de Freitas, o estudo de exemplos portugueses de cariz pitagórico. ●

[1]Vide e. g. : <http://www.fernand-schwarz.fr/la-geographie-sacree/>

[2]Lima de Freitas, Pintar o Sete. Ensaio sobre Almada Negreiros, o Pitagorismo e a Geometria Sagrada, INCM, Lisboa, 1990, pp. 130 e 145.

[3]Almada Negreiros em entrevista a António Valdemar, Diário de Notícias, 16 de Junho 1960. Entretanto estas históricas entrevistas com o título geral Assim fala Geometria, publicadas no Diário de Notícias, foram reunidas pelo próprio António Valdemar e publicadas em livro com a chancela da Assírio & Alvim.

[4]Giovanni Reala, «Para uma nova interpretação de Platão», Edições Loyola.

[5]Citado por Henry Corbin em Corps Spirituel et Terre Céleste, Buchet-Chastel, 1979, precisamente a obra em que este eminente orientalista desenvolve o conceito de mundo imaginal (formas imateriais, ou de matéria subtil) como mundo intermediário entre o mundo físico (formas-com-matéria) e o mundo das ideias puras, das luzes celestiais. Sublinhados nossos.

[6]Excerto de uma poema do sufi Mehemet Tchelebi, in Anthologie du soufisme, ed. Sindbad, Paris, 1978. ApudLima de Freitas, Pintar o Sete, INCM, Lisboa, p. 138.

[7]Cf. Felix F. Schwarz, Symbolique de l'Egypte, Les éditions du Huitième Jour, Paris, 2006, p. 49 e seguintes.

[8]As barcas físicas foram encontradas junto à Grande Pirâmide, uma delas está musealizada no lado sul.

[9]Cf. Paul Barba-Negra, Félix Schwarz, Symbolique de Paris, Les éditions du Huitième Jour, Paris, 2004, pp. 24-25.

[10]Mircea Eliade, Images et Symboles, Gallimard, 1952, p. 50.

Baixa Pombalina da
cidade de Lisboa



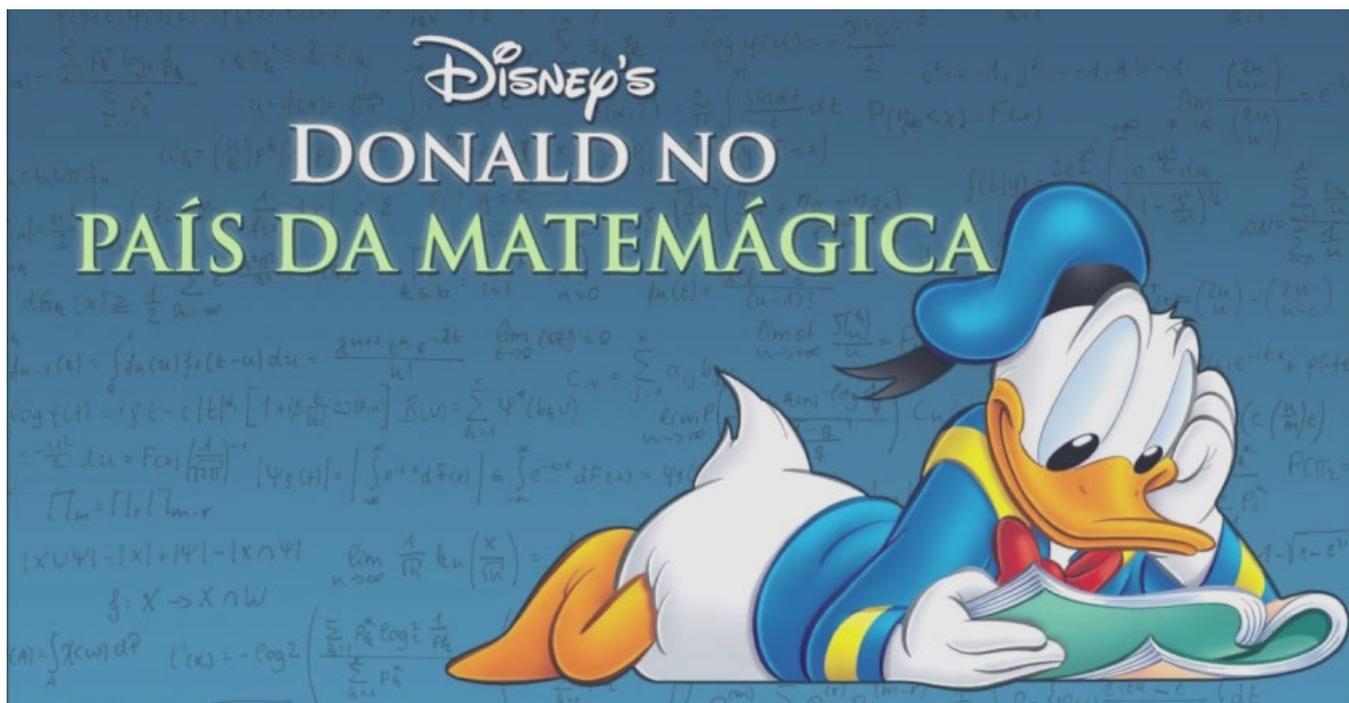
A Lisboa imaginada de Francisco da Holanda, Lima de Freitas. Azulejo na Estação dos Caminhos de Ferro do Rossio, 1996. Lima de Freitas, ele próprio um neopitagórico.



DONALD NO PAÍS DAS MATEMÁTICAS

Se há um documentário de animação que despertou o interesse pelas matemáticas a milhões de jovens este é sem dúvida “Donald in Math Magic Land”.

Por José Carlos Fernández

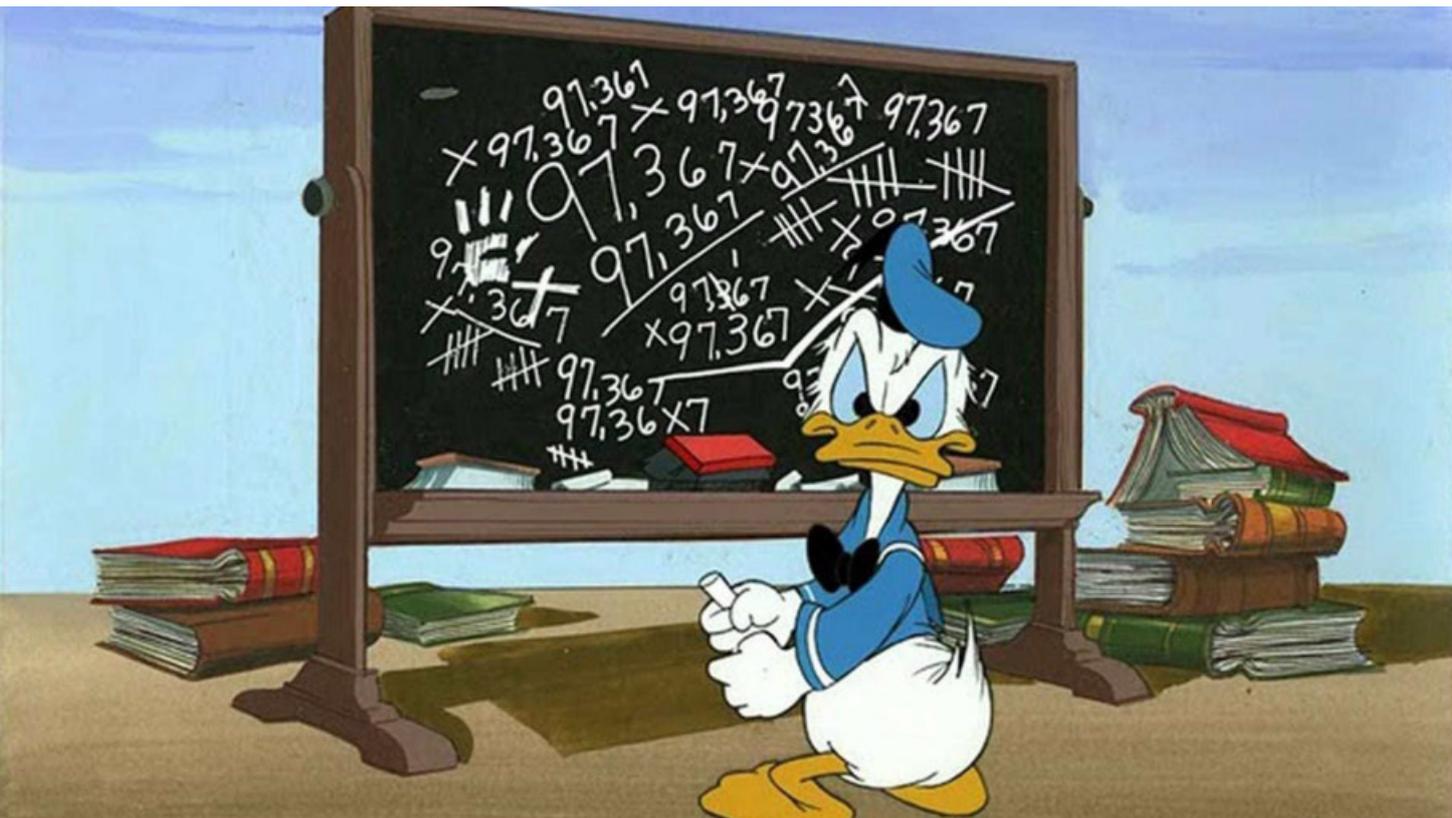


Com apenas 27 minutos de duração, foi nomeado no ano do seu lançamento, em 1959, como o melhor documentário curto. Parece incrível que tantos conceitos matemáticos tenham sido expressos de um modo tão genial e simples de uma vez. Dezenas de livros devem ter sido “destilados alquimicamente” até fazer este concentrado elixir pedagógico. Entre eles “Estética das Proporções na Natureza e na Arte”, ensaio do príncipe romeno Matila Ghyka editado em 1927 e depois com o título “Geometria da Arte e Vida” em língua inglesa em 1946, um clássico da matemática filosófica. Deste diplomático, historiador, poeta e filósofo pitagórico são, por exemplo, neste documentário:

- As noções dos números decorrentes do rio da existência (ver sua obra “Filosofia e Mística do Número”)
- Os estudos sobre o Número de Ouro, presentes sempre na estética da arte e da própria vida.

- O interesse por Pitágoras e a sua fraternidade e cujo emblema mágico é a mão aberta saudando e o Pentágono estrela. Ver a sua obra “O número de ouro. Ritos e ritmos pitagóricos no desenvolvimento da civilização ocidental” (1931)

É curioso que quem guia o Pato Donald pelo País das Matemáticas seja “o espírito da Aventura” e que lhe faz amar os números e suas leis, graças ao prazer pela música, regida por harmonias numéricas. Explicam-se, magistralmente, a escala musical associada a frações simples, como a base de construção do pentagrama é o Número de Ouro e como este se faz presente na biologia e nas proporções do corpo humano, na arte clássica, renascentista e ainda na arquitetura moderna, como na Sede da Organização das Nações Unidas em Nova Iorque.



Exemplifica-se na segunda parte o uso das matemáticas e geometria em todo o tipo de jogos, desde o xadrez ao basquetebol, e dedica-lhe vários minutos a ver como planificam aritmeticamente suas jogadas dos mestres do bilhar. Vários temas de “Alice através do espelho”, de Lewis Carroll estão disseminados na segunda parte, um aceno para este autor que foi um grande lógico e matemático.

Na terceira parte dão-se ensinamentos de mecânica e ótica e destacam-se a importância das cónicas (a elipse, parábola e hipérbole) e desvendam-se os segredos duma imaginação ordenada, fundamento de toda a verdadeira criação ou invenção, que surge sempre de uma mente clara. Ensinam-nos a limpa-la de ideias antiquadas, conceitos falsos, confusos e superstição, num trabalho interior doloroso mas necessário se queremos brilhar com luz própria e não outra (de um modo opaco).

Mencionam-se inclusive as portas do futuro, hoje fechadas pois serão abertas a uma mente matemática quando chegar a hora.

O percurso pelo mundo interior, ou seja, o da Matemática, é em Donald, uma autêntica iniciação filosófica, que culmina com o autoconhecimento, e com a mente luminosa e aberta a estes seres espirituais que chamamos no presente Ideais mas que serão realizações no futuro.

É curioso que quem guia o Pato Donald pelo País das Matemáticas seja “o espírito da Aventura” e que lhe faz amar os números e suas leis, graças ao prazer pela música, regida por harmonias numéricas.

O documentário finaliza com uma máxima essencial de Galilleu Galilei que resume, na verdade, todas estas descobertas: “A matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o Universo”.

Mesmo mensagens sublimes incentivam ao despertar da mente no sentido da vida e repetem-se-nos várias vezes: “Agora é a hora”. Talvez até o erro que ele comenta nos números decimais 14 e 15 do número pi, que os especialistas apontam com precisão, tenha seu próprio sentido, e não, desde logo, a quadratura do círculo. ●

TEXTOS FILOSÓFICOS MATEMÁTICOS PARA REFLETIR



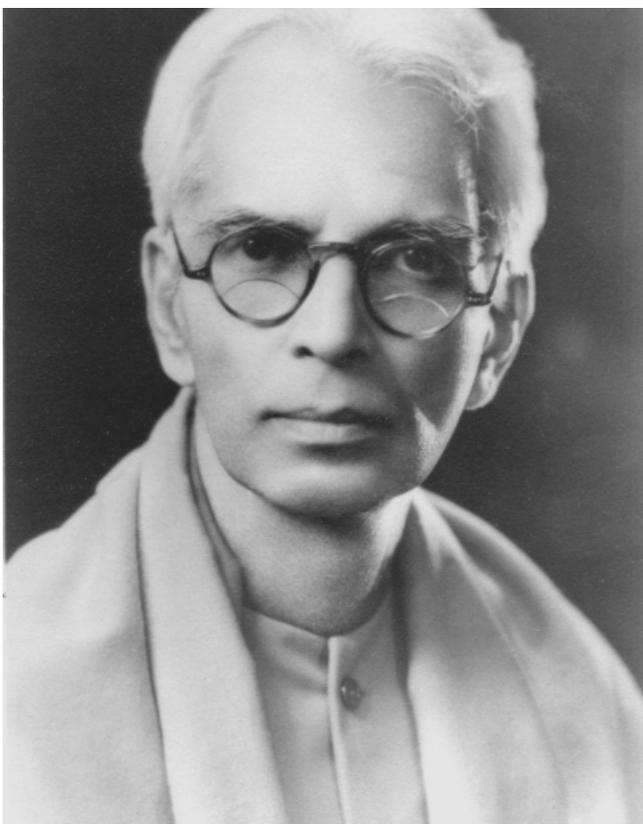
- Como posso servir melhor? O que devo fazer?
- Observar as regras; os passos daqueles que te precederam demarcam os caminhos mais curtos; as linhas dividiram o Universo em figuras e aparências, mas o ponto une-nos a todos e a ele conduzem todos os caminhos... Não esqueça as Regras de Ouro; eles são os degraus perfeitos. Aquele que conhece, e ao conhecer acredita no que ele realmente conhece, é o amo de tudo... ●

Do livro *Ankor, o discípulo*
de Jorge Ángel Livrago (1930-1991)



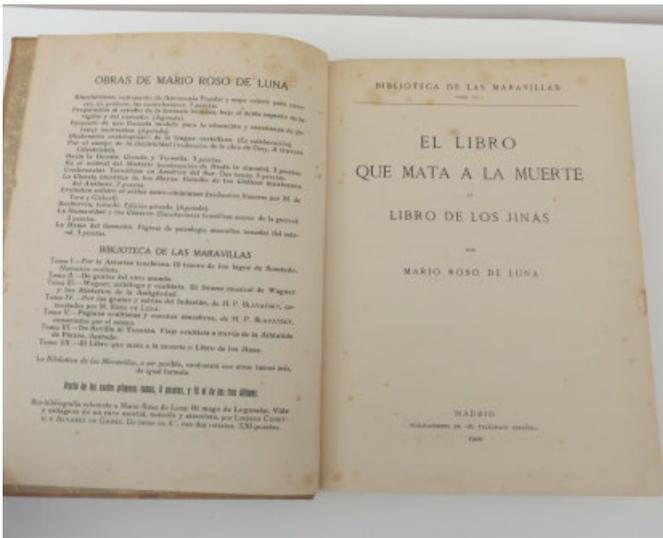
A ciência moderna reconhece que todas as leis superiores da Natureza assumem a forma quantitativa. É, talvez, uma elaboração mais completa, uma afirmação mais definida da doutrina pitagórica. Consideravam-se os números, como a representação mais perfeita, das leis da harmonia, que penetra o cosmos, completamente. Sabemos, igualmente, que na química, a doutrina dos átomos e as leis das combinações são, na realidade e, por assim dizer, arbitrariamente definidas por números. "O mundo, em todas as suas divisões, é uma aritmética viva, nos seus desenvolvimentos e uma verdadeira geometria, em repouso." ●

De H.P. Blavatsky (1831-1991),
em *Isis sem Veu I*



Porque a vida é essencialmente unidade, não um composto, e ainda assim nos elementos e forças da sua expressão uma multiplicidade em forma de harmonia, que se exterioriza em tanta beleza nas suas manifestações. O sentido do belo não pode surgir do raciocínio ou de qualquer outro processo puramente mental. É mais inclusivo e básico do que qualquer processo desta natureza. A natureza da unidade que existe na vida procura expandir-se em harmonia tanto no cosmos como em todo e em qualquer ser individual. Em toda a natureza, no meio dos seus variados processos, há uma tendência para o belo, uma inteligência sempre presente que opera de maneiras muito subtis, na medida em que estas se revelam para dar origem às harmonias que são possíveis. ●

Livro *Em busca da sabedoria*, de Nilakantha Sri Ram (1889-1973), no capítulo X "O canto da vida"



Algo parecido acontece agora conosco, porque queríamos penetrar no dito terreno simbólico-matemático, ou seja, pitagórico, sem abusar da benevolência dos leitores e falando sobre o valor que com as considerações teosóficas ou analógicas, poderiam assumir todas, absolutamente todas as fórmulas e expressões que são comuns nos tratados de Geometria Analítica e Cálculo Infinitesimal, começando por aquela divina equação geral e simbólica desses tratados que vemos encabeçando as curvas chamadas cónicas, e cuja expressão é:

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Dy + F = 0$$

Porque nela estão encerrados, como sabem aqueles que disto entendem, os sistemas de duas rectas imaginárias, reais ou confundidas, e as quatro curvas fundamentais do círculo, elipse, parábola e hipérbole, ou seja, tudo isso relacionado com o hieróglifo IO (A recta no círculo), com a esfera, o ovo do mundo, a parábola de todas as quedas, a hipérbole de todas as eclosões, etc., etc.

O mesmo acontece com os chamados conjugados harmónicos de quatro pontos A, B, C e D, determinados pela conhecida fórmula

$$CA:CB / DA:DB = 1$$

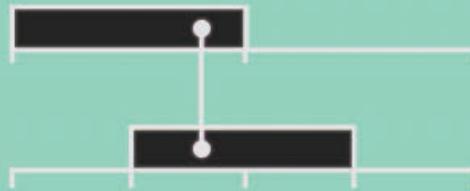
Sobre a qual Platão fundou, como dizem as palavras do sábio tratado sobre Geometria de Rouché e Comberouse, todos o seu sistema de tons musicais, e Plutarco talvez a sua sublime teoria da composição trina do Homem, depois comentada por São Paulo nas suas Epístolas, epístolas que Aqueles que se dizem cristãos jamais entenderam. ●

Do livro *Simbologia Arcaica*, Capítulo XII, de Mario Roso de Luna (1872-1931)

MÍNIMO MÚLTIPLO COMÚN E MÁXIMO DIVISOR COMÚN

A arte de justificar uma ideia matemática depende de contextos que podem transcender a própria matemática. Então, a matemática e a filosofia não estão tão distantes quanto se possa pensar e podemos dizer, até, que são atividades intelectuais complementares.

Por Luísa Graça



Observar o mundo, realizar experiências, formular hipóteses e testá-las são procedimentos fundamentais para a ciência. Na matemática, dita ciência exata, a conclusão só é totalmente válida quando todos os casos possíveis são esgotados. Mas, geralmente, na maior parte dos problemas de matemática é impossível esgotar todos os casos possíveis; então, para se tornar essa conclusão verdadeira usam-se argumentos lógicos e válidos (prova). Assim, a arte de justificar uma ideia matemática depende de contextos que podem transcender a própria matemática. Então, a matemática e a filosofia não estão tão distantes quanto se possa pensar e podemos dizer, até, que são atividades intelectuais complementares.

A Matemática trabalha com números, um número é um quantificador abstrato; quando afirmamos que $1+2=3$, não estamos a referir-nos a nada em particular, ou seja, a afirmação é válida independentemente daquilo que os números representam.

O grande poder da abstração é que nos permite generalizar, não precisamos de um sistema de contagem distinto para quantificarmos o número de árvores, ou o número de livros, ou o número de cadeiras; reduz-se tudo aos mesmos números.

ARITMÉTICA

A nossa capacidade de abstracção vai mais longe ao estudarmos as propriedades dos números pois começamos a compreender algo que parece transcender a sua natureza objetiva.

Na filosofia pitagórica afirmava-se que Tudo era número, ou seja, na concepção cosmogónica dos primeiros pitagóricos, o Todo era descontínuo, constituído por unidades indivisíveis separadas por um intervalo. Esta ideia provinha do estudo dos números naturais, que quando aplicada aos objetos geométricos requeria que todas as medidas pudessem ser expressas na forma de razão de inteiros, isto é, pudessem ser mensuradas. Mas eles constataram que a diagonal de um quadrado cujos lados medem uma unidade é igual a $\sqrt{2}$ e que este número é incomensurável (número irracional). Esta descoberta foi recebida com grande consternação pelos pitagóricos, pois contrariava as crenças da escola e seria uma imperfeição da divindade.

No estudo dos sons musicais em cordas esticadas, descobriram as regras que relacionavam a altura da nota emitida com o comprimento da corda, concluindo que as relações que produziam sons harmoniosos seguiam a proporção dos números inteiros simples do tipo $1/2$, $2/3$, $3/4$, etc... Assim, Pitágoras concluiu que havia uma música que representava as relações numéricas da natureza e que constituía a sua harmonia interior.

Em Matemática definem-se vários conjuntos de números:

Naturais: 1, 2, 3, 4, ...

Inteiros: ..., -3, -1, 0, 1, 2, ...

Racionais: $1/2$, $1/3$, $1/4$, ... (estão entre 0 e 1)

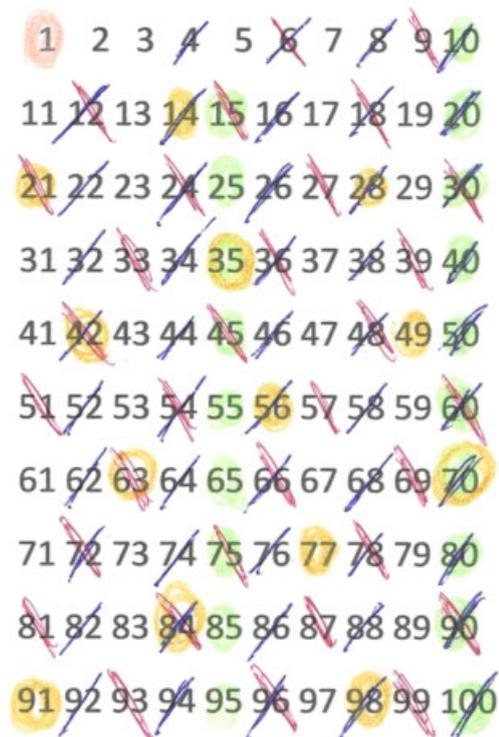
Irracionais: π , $\sqrt{2}$

Reais, imaginários, complexos, etc.

Dentro dos números naturais podemos definir os famosos números Primos que são os que têm como únicos divisores distintos o 1 e eles próprios. Por exemplo, o número 2 é primo porque só é divisível por 1 e por si próprio, o mesmo acontece com o número 3. Porém, já o número 4 não é primo, pois tem por divisores 1, 2 e 4, designando-se por número composto. Os dez primeiros números primos são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 e 23.

Note-se que o número 2 é o único primo par, uma vez que qualquer outro número par é divisível por 2, portanto, não é primo.

A existência de registos envolvendo o conjunto dos números primos num dos mais famosos antigos documentos matemáticos que chegou aos nossos dias, o Papiro de Rhind, copiado por volta de 1650 a.C. pelo escriba Ahmes, permite-nos afirmar que este conjunto era conhecido dos antigos egípcios. Contudo, o seu estudo ter-se-á iniciado na antiga Grécia, por volta de 500 a.C., com os trabalhos desenvolvidos por matemáticos da escola pitagórica. O primeiro método para determinar números primos inferiores a um determinado número n , o Crivo de Eratóstenes, foi desenvolvido por Eratóstenes de Cirene. Trata-se de um método bastante simples, exemplifiquemo-lo para $n=100$. Liste-se sequencialmente todos os números naturais entre 2 e 100, primeiro eliminam-se desta lista os múltiplos de 2, depois retiram-se os múltiplos de 3, em seguida os múltiplos de 5 e assim sucessivamente. Assim, os números não eliminados, são os primos até 100.



Foram utilizadas as cores: Azul, para riscar os múltiplos de 2; Vermelho, para riscar os múltiplos de 3; Verde, para riscar os múltiplos de 5; Amarelo, para riscar os múltiplos de 7; Rosa (em forma de círculo), para riscar o $n^\circ 1$. Temos assim os números que não foram riscados e que, portanto, são os números primos de 0 até 100.

ARITMÉTICA

Aparentemente, os números primos vão ficando mais raros o que pode levar-nos a pensar que são finitos. O que não é verdade, pois, como provou Euclides de Alexandria sua famosa obra “Os Elementos”, o seu conjunto é infinito.

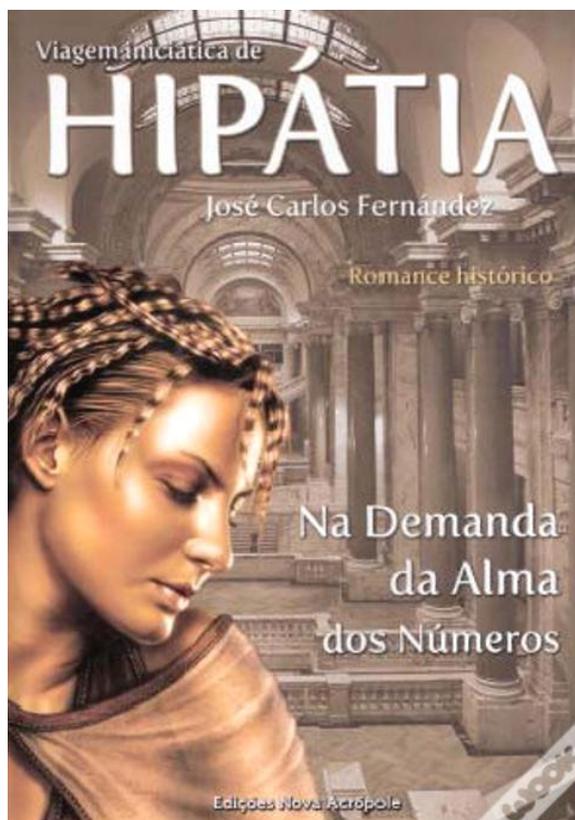
Em contraste todos os outros números são chamados de números compostos, podendo ser fatorizados em números primos. Por outras palavras, um número composto é dado pelo produto de vários primos.

Por exemplo:

18 – $3 \times 3 \times 2$ – composto

47 – 47×1 – primo

Os números primos dão origem ao Teorema Fundamental da Aritmética que diz que qualquer número natural pode ser escrito como um produto de primos. Esta factorização em números primos é necessariamente única, ou seja, é impossível escrever um dado número como dois produtos diferentes de números primos. Por esta razão os números primos são considerados as “unidades” base da construção dos números, porque através deles e da operação produto podemos obter qualquer número composto. Não resisto a incluir este pequeno trecho onde Hipátia fala dos números primos (página 224):



Hipátia desenhou num quadro um ponto e, ao lado, duas linhas que se cruzavam também num ponto e perguntou aos seus discípulos:

– Ambos são pontos, não é certo? Mas um é filho de duas linhas e o outro é em si mesmo.

Um dos discípulos, muito jovem, mas com uma inteligência muito penetrante, disse:

– Tem razão no que diz, Hipátia, embora aquele que é filho de duas linhas já existisse antes e apenas o que fez foi mostrar-se.

– O mesmo, disse Hipátia, sucede com a consciência, que surge sempre de uma relação entre dois ou mais elementos: Entre Eu e a sua circunstância; entre o que somos e o que nos limita, ... e no entanto, de modo misterioso, oculto, deve existir antes de encontrar a maneira de “nascer” neste mundo e submetida a determinadas condições.

Pensa, por exemplo, no filho que nasce para a luz do mundo de um pai e de uma mãe, mas cujo Ser Íntimo deve existir antes, durante e depois da sua consciência se atar a um corpo. De qualquer das formas – continuou Hipátia – de certo modo os Números Primos, que nascem de si mesmos, são como os pontos ou como aquilo que emerge do mistério, os restantes nascem e são medidos por estes. Daí serem como estrelas no céu. Daí o nome com o qual, tantas vezes, os refiro: “estrelas de um firmamento mental”.

Números Primos são as Ideias que nos permitem decifrar o mistério da vida, sair do caos que apresenta e achar as figuras geométricas que a regem.

- A Viagem Iniciática de Hipátia, de José Carlos Fernández

M.D.C.: MÁXIMO DIVISOR COMUM

O maior divisor comum de dois ou mais números é chamado de máximo divisor comum desses números. Fazendo uma analogia entre números e os seres humanos, podemos dizer que cada pessoa é única, pelo que as pessoas podem ser equivalentes a números primos, por sua unicidade indivisível. Deste modo, o M.D.C. entre todas as pessoas é a Humanidade indivisível em todos nós.

A Matemática e a Filosofia representam uma forma lógica de compreensão dos fenómenos, e daí a importância que é dada aos números na actividade científica. Lamentavelmente, a lógica perdeu-se na filosofia, na medida em que se abandonou a ideia de uma lógica fundamental universal.

Deste modo, enquanto na matemática o M.D.C. dos números primos é o número natural 1 (um), em relação ao qual o conceito é unívoco, e que tinha originalmente signifição filosófica, no universo filosófico há divergências teóricas sobre a natureza do mundo e da própria humanidade, com diferentes modos de ver o mundo, ou cosmovisões.

Voltando ao cálculo matemático:

Usamos a abreviação M.D.C. para designar o máximo divisor comum.

Os divisores de um número natural podem ser encontrados dividindo esse número pelos números naturais maiores que zero. Quando a divisão for exacta, ou seja, com resto zero, então esse número é divisor do número dado.

Exemplo:

30 é divisível por 30, 15, 10, 6, 5, 3, 2 e 1. Assim chamamos a estes números divisores do número 30. Como podemos calcular o M.D.C. de dois ou mais números?

Para calcular o M.D.C. devemos fazer a decomposição em fatores primos.

Para tal devemos seguir as seguintes regras:

- Decompor os números dados em fatores primos.
- Pegar nos fatores primos comuns com os seus expoentes menores.
- Fazer o produto desses fatores.

Exemplos:

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$$

Os fatores primos comuns aos dois números dados são 2^4 e 2^3 . Desses dois temos 2^3 com o menor expoente. Logo, $2^3 = 8$.

Portanto, o M.D.C. (16; 24) = 8, que é o maior número natural que divide ambos os números dados. Considerem os números 30, 50 e 20, o M.D.C. deles é?

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$50 = 2 \times 5 \times 5 = 2 \times 5^2$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$$

Os únicos fatores que dividem todos ao mesmo tempo são o 2 e o 5. Desta forma pegamos os fatores com menores expoentes e fazemos a multiplicação.

Logo, $2 \times 5 = 10$

Portanto, o M.D.C. (30; 50; 20) = 10

PROPRIEDADES DO M.D.C.

Dados dois ou mais números, se um deles é divisor de todos os outros, então ele é o M.D.C. dos números dados.

Exemplo:

M.D.C. (3; 6; 12) = 3. 3 é divisor de 6 e 12, então ele é o máximo divisor comum.

Dois números consecutivos são sempre primos entre si.

Exemplos:

M.D.C. (25, 26) = 1. O maior número que divide 25 e 26 é 1. Então, ele é o máximo divisor entre 25 e 26.

M.D.C. (13, 5) = 1, o único número que os divide ao mesmo tempo é o número 1.

"Fazendo uma analogia entre números e os seres humanos, podemos dizer que cada pessoa é única, pelo que as pessoas podem ser equivalentes a números primos, por sua unicidade indivisível. Deste modo, o M.D.C. entre todas as pessoas é a Humanidade indivisível em todos nós."

ENCONTRE O M.D.C. PARA OS NÚMEROS DADOS

a) M.D.C. (36,90):

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

O M.D.C. é o produto dos fatores primos comuns

$$\Rightarrow \text{M.D.C. (36,90)} = 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{Portanto M.D.C. (36,90)} = 18.$$

Escrevendo a factorização do número na forma de potência temos:

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{Portanto M.D.C. (36,90)} = 2 \times 3^2 = 18.$$

O M.D.C. de dois ou mais números, quando fatorizados, é o produto dos fatores comuns a esses números, cada um elevado ao menor expoente.

b) M.D.C. (15, 24):

$$15 = 3 \times 5$$

$$24 = 2^3 \times 3$$

Portanto o M.D.C. (15,24) = 3 que é o fator comum aos dois.

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (m.m.c.)

É o menor número, diferente de zero, que é múltiplo comum desses números.

Para calcular o m.m.c. devemos seguir as seguintes etapas:

- decompor os números em factores primos.
- tomar os fatores comuns e não comuns com o maior expoente.
- multiplicar esses fatores entre si.

Vejam os m.m.c.(15,24):

$$15 = 3 \times 5$$

$$24 = 2^3 \times 3$$

$$\text{O m.m.c. (15, 24)} = 3 \times 2^3 \times 5 = 120$$

RELAÇÃO ENTRE O M.D.C. E O m.m.c.:

O produto de dois números é igual ao produto do seu M.D.C. pelo seu m.m.c.

Vejam os exemplo do 15 e do 24:

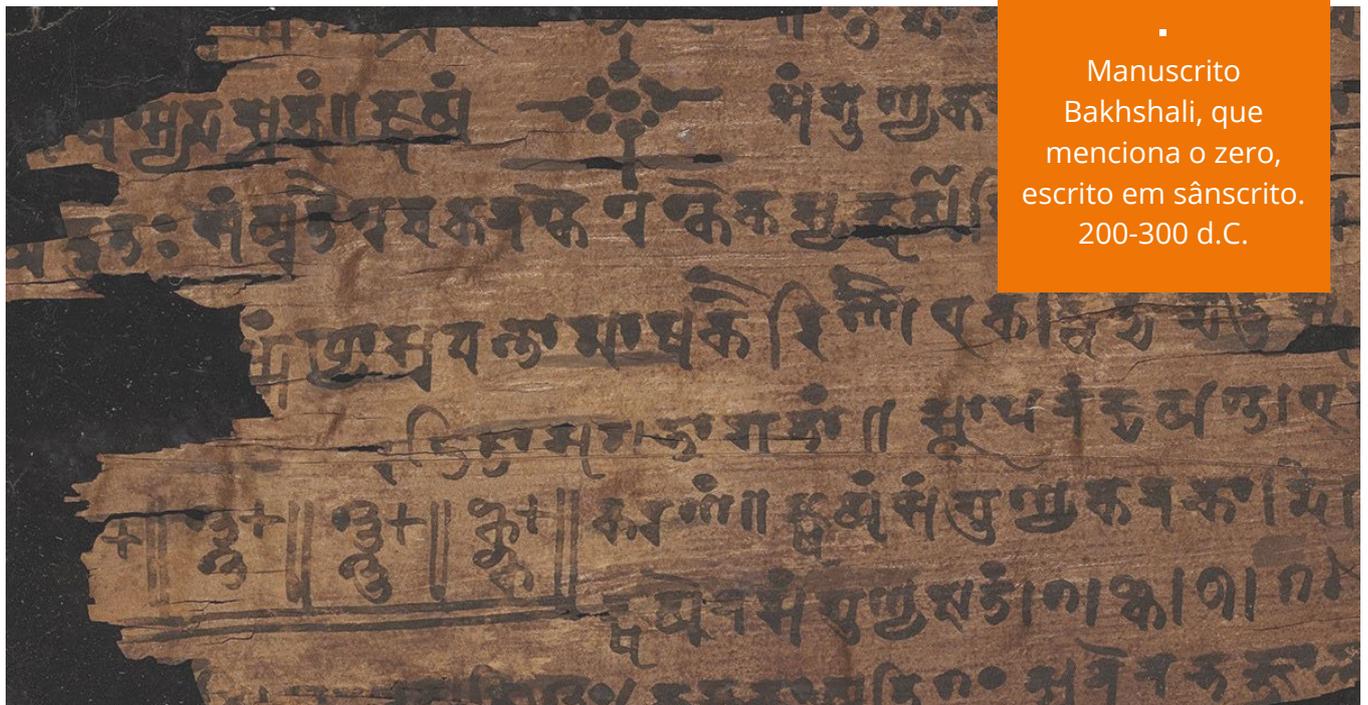
$$\text{O M.D.C} \times \text{m.m.c.} = 3 \times 120 = 360 \text{ e } 15 \times 24 = 360$$

PROPRIEDADES DO m.m.c.

- o m.m.c. de dois números consecutivos é o produto deles.
- o m.m.c. entre dois números, em que um é múltiplo do outro é o maior entre eles.
- o m.m.c. entre dois números primos é o seu produto.
- o m.m.c. entre 1 e outro número é esse número. ●

MAIS QUATROCENTOS ANOS DE ANTIGUIDADE PARA O ZERO?

Por José Carlos Fernández



Manuscrito Bakhshali, que menciona o zero, escrito em sânscrito. 200-300 d.C.

"Em primeiro lugar encontramos o Zero; este número (se é que lhe podemos chamar assim) foi conhecido, ao contrário do que pensa a ciência histórica actual, em todas as épocas, mesmo que nem sempre os povos o utilizassem, devido ao seu carácter mágico e sagrado(...) O Zero é o símbolo mental do Tudo-Nada ou do Um Sem Segundo. Abstracto por excelência é, no entanto, a causa sem causa de toda a base numérica e geométrica." [1]

- Jorge A. Livraga, *Introdução à Sabedoria do Oriente*

Qual é a antiguidade do zero? Infinita, uma vez que os números estão numa dimensão que não é afectada pelo tempo. Fundamentalmente, é a máxima abstracção nunca concebível, que as antigas cosmogonias representavam como um círculo de perfeita brancura sobre um negro abismal, e que os filósofos hindus chamaram "eka advaita" (o Um sem Segundo).

Perguntar a antiguidade do zero é como perguntar a antiguidade do fogo. Mas quando terá sido descoberto pelos humanos? Esta pergunta também se aplica à antiguidade do fogo, encontrar uma fogueira acesa por

mãos humanas e dizer que essa foi a data é absurdo, mais cedo ou mais tarde encontraríamos uma prova de que é ainda mais antiga.

Até aqui, nos tratados da História da Matemática e nas diversas enciclopédias, ensinava-se com presunções sagradas, que o zero tinha sido descoberto na Índia, no século VII e que o primeiro testemunho do mesmo, se encontrava numa inscrição num templo do Camboja, do ano 683 d.c., representado por um ponto e com um valor de zero posicional (ou seja, indicando, conforme a posição onde esteja uma potência de dez).



Manuscrito Bakhshali, que menciona o zero, escrito em sânscrito. 200-300 d.C.

Na sublime citação anterior, o professor Livraga menciona que o Zero foi conhecido em todas as civilizações antigas, dignas desse nome, mas manteve-se ciosamente oculto nas Escolas de Mistérios. O objectivo das mesmas seria evitar a sua vulgarização em assuntos quotidianos e comerciais. Já Platão advertia da profanação da Matemática, quando aplicada ao serviço do comércio. O fundador da Nova Acrópole ficou surpreendido ao aperceber-se que metade dos que estudam Matemática actualmente, dedicam-se a explorar as possibilidades e os subterfúgios do mundo financeiro, para que os poderosos possam obter o fruto sem trabalho, sem o suor no rosto. De qualquer forma não vale a pena impressionar-se em demasia, o sentido divino e inteligível que o discípulo de Sócrates atribuiu à Matemática, já estava há vários séculos afastado do uso intelectual. Para Platão havia uma distinção clara entre as matemáticas sublimes, escada desde o sensível ao Ideal, base de toda a Ciência, magia e metafísica; e as matemáticas vulgares. Como menciona H. P. Blavatsky no seu livro *Isis sem Véu* [3],

“As Matemáticas sublimes estão em relação com toda a ciência superior, mas as matemáticas vulgares não passam de falaz fantasmagoria, cuja enaltecida precisão advém apenas do convencionalismo dos seus fundamentos.”

- Helena Petrovna Blavatsky, *Isis sem Véu*

Ou seja, podemos-nos sentir orgulhosos porque recuamos a descoberta do Zero em quatro ou cinco séculos. Mas este orgulho é infundado pois, se nas colunas de Ashoka (Índia), no século III a. C. apareciam os nove números de base do sistema numérico, os que denominamos como algarismos indo-arábicos, na forma

mais antiga que conhecemos, e não aparece o zero, isto não é indício que não se conhecesse na mesma época ou até antes. Talvez antes não se usasse com valor posicional, mas conhecer-se sim, como conceito, como símbolo e como número entre os gregos, na matemática babilónica e no Egípto.

A própria H. P. Blavatsky no seu livro *A Doutrina Secreta* [4], ao estudar o símbolo do Ovo do Mundo, faz uma dissertação acerca do número zero, como símbolo de si mesmo, e da sua antiguidade:

“Perante esta forma circular, com o I a sair do O, ou Ovo, ou o macho sair da fêmea na figura do andrógino, é estranho verificar um erudito dizer que com base nos manuscritos hindus mais antigos não mostravam rastro dele, que os antigos indo-arianos (na Índia antiga) ignoravam a notação decimal. O 10, sendo o número sagrado do Universo, era secreto e exotérico, tanto como unidade e como zero, o Círculo. Além disso o professor Max Müller dizia que “as duas palavras, cypher e zero, que não são senão uma, bastam para provar que os nossos números derivam dos árabes. Cypher é o cifrão árabe, que significa vazio, ou da tradução de sunyam, o nada – referiu o professor acima mencionado. Os árabes tomaram os seus números do Hindustão, e nunca pretenderam a sua descoberta. Relativamente aos pitagóricos, basta verificar nos antigos manuscritos do tratado de Boecio, De Arithmetica, realizado no século VI, para ver entre os números pitagóricos o I e o O, como o primeiro e o último número. E ainda Porfírio que refere do Moderatus pitagórico, dizendo que os números de Pitágoras eram símbolos hieroglíficos, que explicavam assim as ideias respeitantes à natureza das coisas”, ou a Origem do Universo. Se por um lado, os manuscritos mais antigos da Índia não mostraram, até agora, vestígio de notação decimal, e Max Müller afirmava claramente que só tinham encontrado até agora nove letras, iniciais dos números sânscritos; por outro lado existem registos tão antigos quanto estes, que fornecem provas necessárias.

Referimo-nos aos sepulcros e às imagens sagradas dos templos mais antigos do Extremo Oriente. Pitágoras absorveu o seu conhecimento da Índia e vemos o professor Max Müller a corroborar essa teoria, pelo menos até ao ponto de admitir que os neopitagóricos foram os primeiros a ensinar Cálculo aos gregos e aos romanos. Que “em Alexandria ou na Síria conheceram os números hindus e adaptaram-nos ao Ábaco pitagórico”.

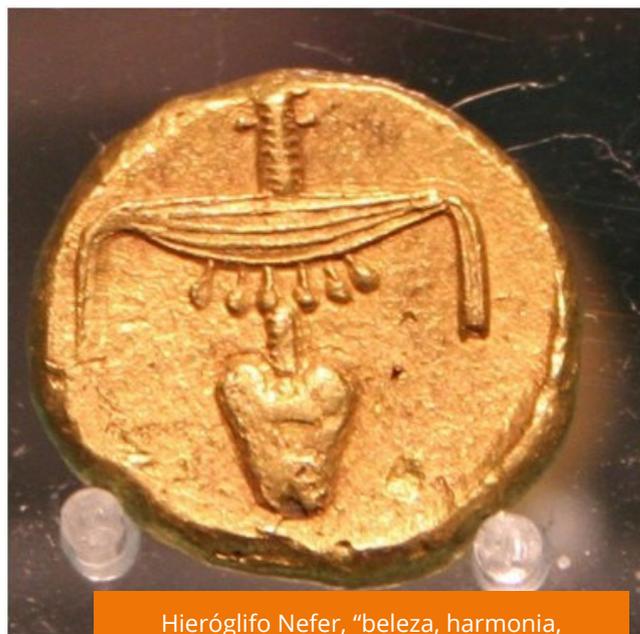
Esta admissão cautelosa, implica que o próprio Pitágoras só conhecia nove números. Assim sendo, podemos afirmar e com razão que embora ainda que não tenhamos provas exotéricas que a notação decimal era conhecida por Pitágoras, que viveu no fim das idades arcaicas, temos testemunhos suficientes para demonstrar que o conjunto dos números, tal como o dá Boécio, era conhecido por Pitágoras, antes mesmo da fundação de Alexandria. [5] Este testemunho encontra-se em Aristóteles, ao dizer que “alguns filósofos defendem que as ideias e os números são da mesma natureza, e que no total somam dez”. Este facto é suficiente para demonstrar que a notação decimal era conhecida, pelo menos 4 séculos antes de Cristo, uma vez que Aristóteles não parece referir o assunto como uma inovação dos neopitagóricos.

Mas nós sabemos algo mais que isso, sabemos que o sistema decimal deve ter sido utilizado pela humanidade, desde as idades mais arcaicas, pois todo o conteúdo astronómico e geométrico da língua sacerdotal secreta, era baseada no número 10, ou a combinação dos termos masculino e feminino, e que a chamada “Pirâmide de Cheops” foi construída através de medidas desta notação decimal [6], mais concretamente com os seus números e as suas combinações com o zero.”

Texto magnífico de H. P. Blavatsky, com impressionante erudição e impecável argumentação!

Além de que, sempre se disse que os egípcios não conheciam o zero mas este facto não é correto, o que denota até uma preguiça ou rigidez intelectual em aceitar o evidente. Num artigo publicado no site do Departamento de Matemática da Universidade de Buffalo, Nova Iorque, um artigo disponível há mais de 10 anos aos leitores interessados, explica de forma muito clara:

“O símbolo para o antigo Zero Egípcio, era o mesmo que o do hieróglifo para beleza, sendo que a imagem egípcia era constituída por uma traqueia humana, coração e pulmões. As letras consoantes eram NFR mas desconhecemos as vogais. Na construção dos edifícios foram implementadas linhas para orientar a construção das pirâmides e das grandes estruturas. Estas, de uma imponente massa de pedra, exigiam alicerces profundos e um nivelamento cuidadoso para as fileiras de pedra. Uma destas linhas de nivelção foi utilizada como referência para outros níveis e foi designada de “nfr” ou “zero”. Outras linhas foram espaçadas a cerca de um passo de distância e apelidadas como “um passo acima de nefer”, ou 1 codo, 2 codos, etc., debaixo de nefer. Assim o zero, neste caso foi usado como uma referência para o sistema dos números inteiros ou demarcados. Um destes exemplares era ainda visível na Grande Pirâmide de Giza no ano de 1931. O mesmo símbolo NFR foi também usado para expressar o resto zero numa folha de contabilização mensal na dinastia XIII do Império Médio. O registo da contabilidade assemelhava-se a uma folha de contabilização de dupla entrada, com colunas separadas para cada tipo de mercadoria. Ao final do mês a conta ficava equilibrada. Para cada item agregavam-se as entradas e eram depois retiradas despesas. No final o total das despesas de cada coluna equiparou-se ao ingresso total da coluna. Várias colunas teriam resto zero, com o símbolo nfr.” [7]



Hieróglifo Nefer, “beleza, harmonia, instrumento musical”, por trás do hieróglifo egípcio “ouro”, na moeda de ouro de Nectanebo II

Isto descontando, claro está, a Enéada de Heliópolis, os primeiros nove Deuses que geram o Universo, e que correspondem aos 9 primeiros números naturais, uma vez que estes eram os símbolos das primeiras Potências que geraram toda a realidade. O Um é ATUM, o “não ser que é o ser de todas as coisas” e até o seu aspecto era semelhante ao do 1 actual, um traço vertical, pois é representado por um obelisco que surge nas profundidades de NUN, as Águas Primordiais de todos os “Génesis” de todas as culturas, o grande Vazio Primordial, o Nada, ou seja, o Zero. O UNO que surge do Zero, tal como explica H. P. Blavatsky, uma das páginas mais importantes e reveladoras de todas as cosmogonias.

O que acontece é que o Zero era considerado mais como um Não-Número, que como número. Um número é definido como “aquele que permite medir”, ou contar ou somar ou tornar racional e inteligível o indefinido, aquele que permite estabelecer uma proporção, e o zero por si mesmo não permite. Se somarmos o zero a um número, obtemos o mesmo número. Se o multiplicarmos que daria capacidade de acção mas não dá nada. Se o dividirmos encontramos o paradoxo irresolúvel do infinito. Ou seja não obtém nenhuma razão ou proporção. De facto a divisão por zero é considerada uma indefinição na matemática. O matemático hindu Bhaskara já tinha formulado no século VII que qualquer número dividido por zero, originava infinito. Alguns matemáticos, identificando o zero, como o conjunto vazio, como algo que “existe mas ao mesmo tempo não existe” como nos recordam os Vedas, que narram o estado prévio da origem do Universo: “não existia algo nem existia nada, o céu resplandecente não existia, nem a imensa abóboda celeste se estendia no alto”. O zero dividido pelo zero pode dar qualquer número, e carece, em verdade, totalmente de sentido; usa-se na demonstração sofisticada de que o um é igual ao dois. [8] Brahmagupta, do século VII, o primeiro matemático conhecido que sistematizou sobre o zero e os números negativos, será que se engana ao dizer que zero dividido por zero é zero?

Contudo, no Lilavati, tratado de matemática de Bhaskara, escrito por volta do ano de 1150, encontramos já o seguinte problema de álgebra, o número 48:

“Diz-me quanto é zero mais cinco, o quadrado de zero, a sua raiz quadrada, o cubo, raiz cúbica, cinco multiplicado por zero e dez dividido por zero. E qual o número que, multiplicado por zero, que somando este com a metade do que se obtém, multiplicado depois por três e dividido por zero, dá sessenta e três?”

Neste caso cancelam-se os zeros no numerador e no denominador e obtém-se o número.

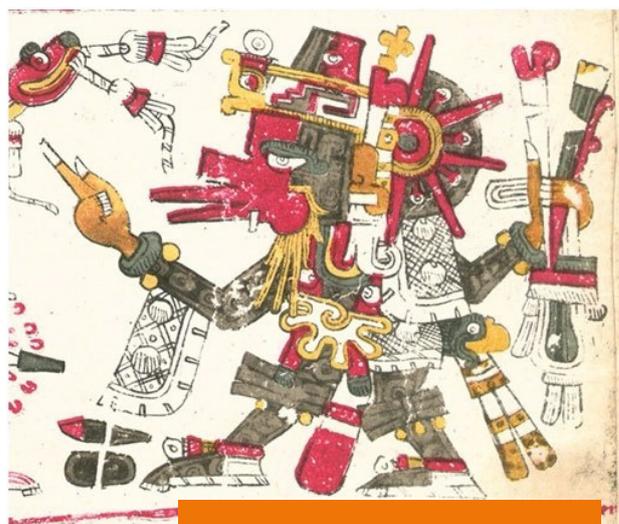
$$3 \left(0x + \frac{1}{2} 0x \right) \div 0 = 63$$

Para os cabalistas o Zero é o Ain Suph, definido precisamente por sua ausência ou negatividade [9], e os Maias também conheceram o zero e o incorporaram nos seus cálculos e menções astronómicas, usavam ainda a sua representação posicional. O seu hieróglifo é um caracol, uma concha ou semente, uma cara tapada por uma mão, uma mão por baixo de uma espiral e uma espécie de meia cruz de malta.



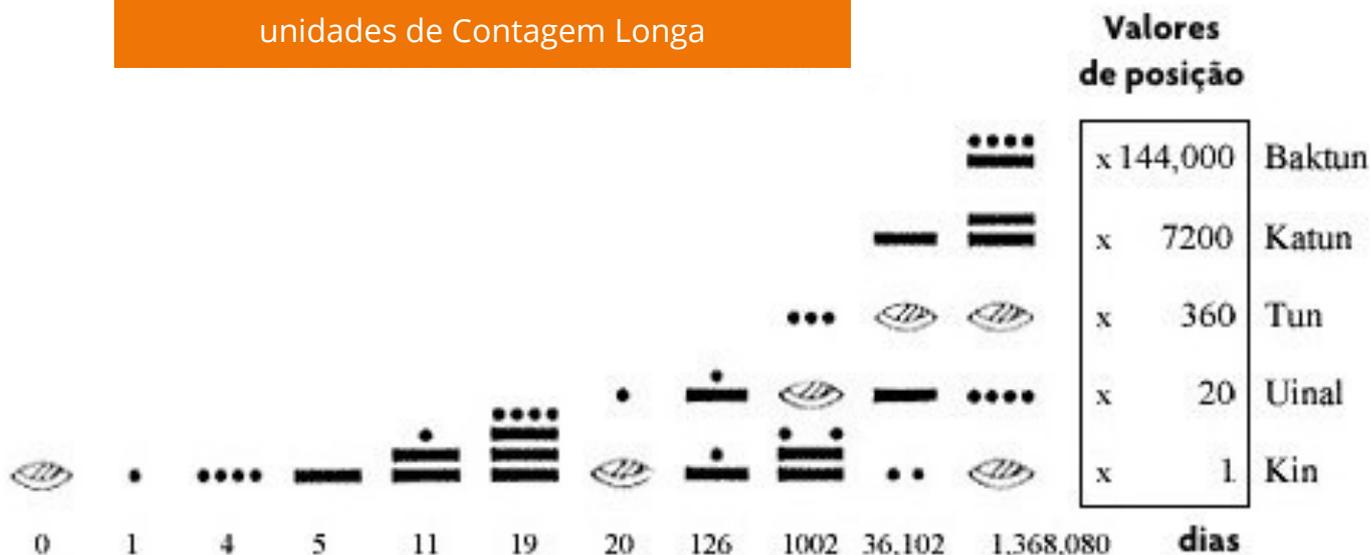
Representações hieroglíficas Maias do Zero

A forma de caracol cortado, outra forma do Zero, aparece no peito do Deus Quetzalcoatl, simbolizando que no seu coração está o poder inteiro do cosmos, a Raiz da Vida Universal, como podemos ver abaixo no Códice Bórgia.



Página do Códice Bórgia

Sistema numérico maia e as unidades de Contagem Longa



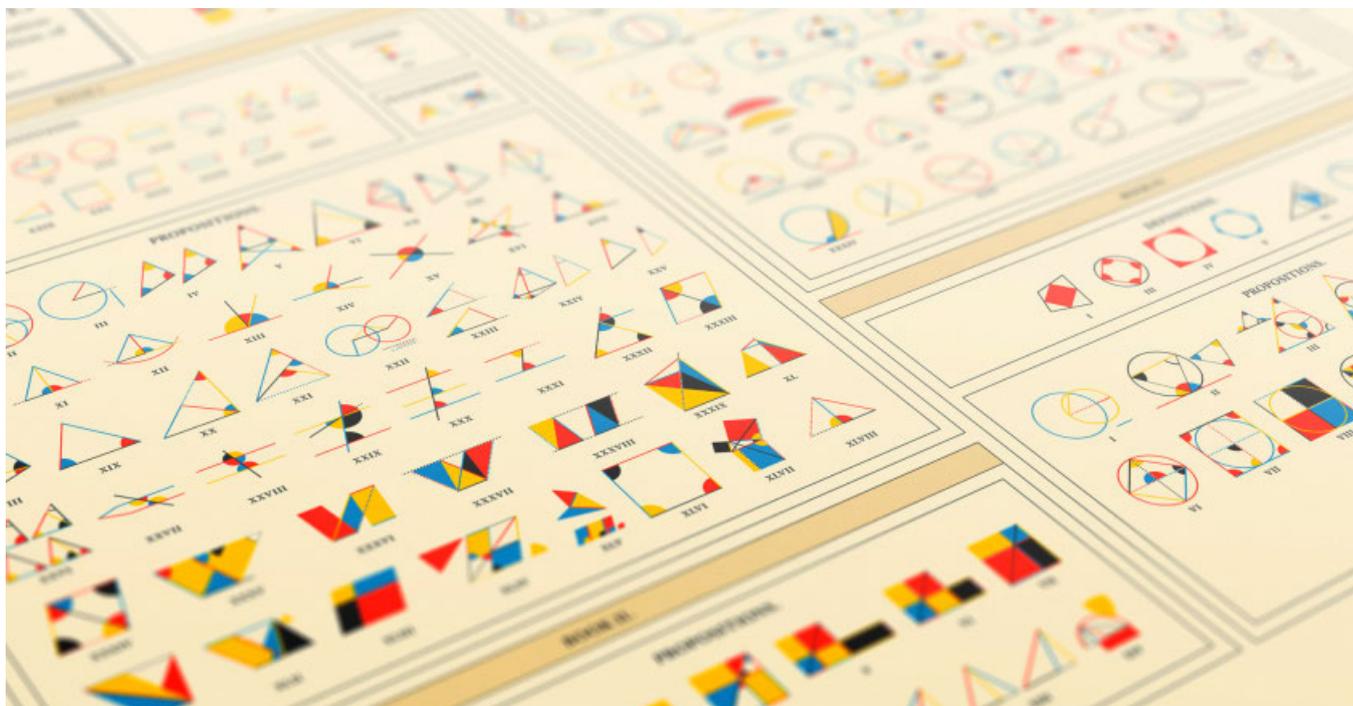
No final, o enigma “O que é maior que o Universo e mais pequeno que o mais ínfimo átomo? O que é mais duradouro que a Eternidade e mais breve que um instante?” A resposta é o NADA, ou seja, o ZERO: nele estão todos os enigmas, todas as potências e actos do passado infinito e do infinito futuro. Quando foi descoberto pelo ser humano? Talvez quando olhou, com plena consciência, o infinito. Quando a chama do real se acendeu no seu coração e na sua mente. Como quando a Fada Azul de Pinóquio, de Walt Disney, vinda da mais bela estrela, toca com a sua varinha mágica ao boneco inerte e lhe dá vida interior e consciência. ●

- [1] “Introdução à Sabedoria do Oriente” de Jorge A. Livraga
- [2] Isto sim parece estranho, não diferenciaram até agora três tipos de escrita diferente, e agora resulta que o manuscrito é de três períodos distantes no tempo?
- [3] No Capítulo I do primeiro volume.
- [4] No volume II da edição espanhola ou portuguesa, no capítulo “O Ovo do Mundo”
- [5] Nota de este mesmo texto e autora: “Um cabalista inclinar-se-ia mais a acreditar que assim como a cifra árabe foi tomada do sunyam hindu, nada, do mesmo modo os Sephirots cabalísticos judeus (Seprim), foram tomados da palavra cipher, não no sentido de vazio, mas no da criação pelo número e graus de evolução E os Sephirots são 10 ou Φ.”
- [6] Extraordinária afirmação que merece ser investigada. Terá que ver, entre outros assuntos, com que a altura da Grande Pirâmide é 10-9 a distância média Terra-Sol?
- [7] Na página http://www.math.buffalo.edu/mad/Ancient-Africa/mad_ancient_egypt_zero.html
- [8] Interessante “demonstração”, pode vê-la, por exemplo, aqui: https://verne.elpais.com/verne/2016/03/15/articulo/1458050901_956500.html
- [9] Nada ou Logos Oculto em que alguns filósofos cabalistas vão estabelecer uma trindade: Ain, Ain Soph e Ain Soph Aur, da que irradiará Sekinah e os 10 Sephirots.

SHAKESPEARE E EUCLIDES

Shakespeare e Euclides, duas colunas monumentais do Templo da Filosofia Prática e da ciência da alma e da vida! Quão necessárias, ainda, nestes tempos em que a consciência se vê fragmentada por mil e um conhecimentos sem nexos, ou chamados por infinitos estímulos que a dispersam!

Por José Carlos Fernández



Numa das biografias de Abraham Lincoln (1809-1865) conta-se como ele, um dos maiores oradores e estadistas do seu tempo, moldou sua mente com Shakespeare e Euclides. Se comparada com seus adversários políticos, sua cultura não era tão extensa nem variada, tendo em conta as suas origens humildes – era filho de um lenhador e desde cedo foi autodidata – mas a sua profundidade de pensamento e a sua capacidade para chegar ao ponto fulcral das questões era espantosa.

Depois de examinar-se e obter o título de advogado, viajava num burro de uma aldeia a outra, no Estado de Illinois, e passava horas e horas meditando sobre cada uma das Proposições dos Elementos de Euclides – reconstruindo na sua imaginação os seus diagramas geométricos – ou uma cena de Shakespeare, tentando

beber dela o seu divino elixir, ouvindo com a sua alma as melodias e harmonias dos seus sentimentos e dilemas.

E assim milhares e milhares de horas, pois continuaria com Shakespeare e Euclides como uma Bíblia, não só na sua juventude, mas também na sua maturidade e velhice. Steven Spielberg reflete-o muito bem no seu filme sobre o décimo sexto presidente dos Estados Unidos, numa das cenas, em plena guerra civil, na qual o vemos toda a noite com o seu livro de Euclides enquanto esperava notícias da frente da batalha, durante a Guerra de Secessão.

Dizia que sabia a obra de Shakespeare quase de cor, perdendo somente, talvez, para algum ator que tivesse dedicado a vida inteira a representar seus dramas e comédias.

Só assim, por ventura, pôde enfrentar um dos maiores desafios da sua época, libertando o seu país do peso e do flagelo da escravidão dos negros, evitando que o país se desmembrasse perdendo assim sua força, e também o protagonismo que exerceria posteriormente no século XX.

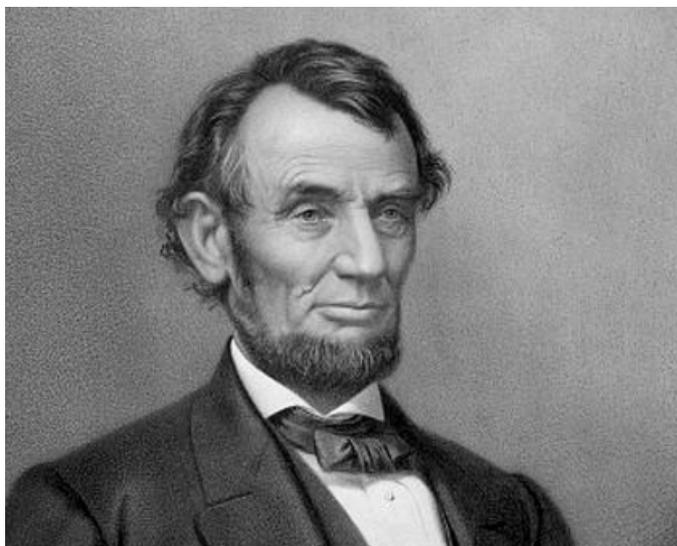
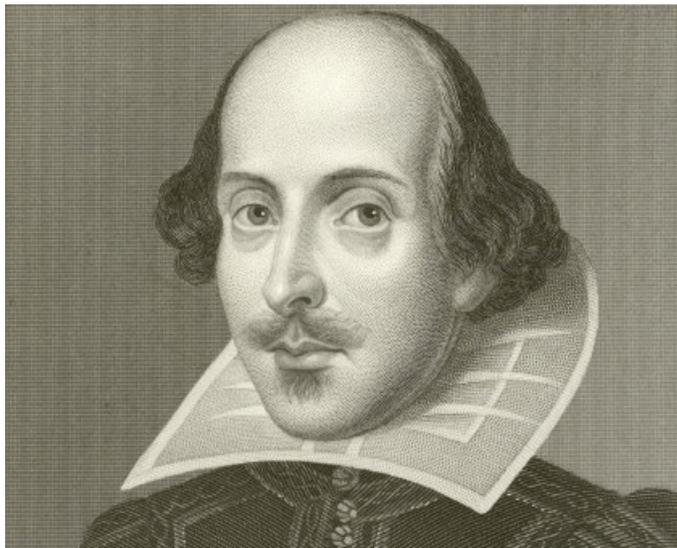
Shakespeare e Euclides, duas colunas monumentais do Templo da Filosofia Prática e da ciência da alma e da vida! Quão necessárias, ainda, nestes tempos em que a consciência se vê fragmentada por mil e um conhecimentos sem nexos, ou chamados por infinitos estímulos que a dispersam! Que difícil hoje aprofundar, ir ao centro da esfera do Real, pois a sociedade de consumo e da tecnologia ao serviço dos baixos interesses nos fazem dançar como sombras num mundo de sombras, agitando-nos histrionicamente. Sem céu e sem raízes, sempre na superfície, longe do coração da vida e dos ideais que a justificam!

Que sem número de ensinamentos e vivências, que êxtases e purificação, em *A Tempestade*, *Cimbelino* ou em *O Conto de Inverno*, ou em quaisquer dos seus 36 dramas, tragédias e comédias. Cada grande prova da alma neste estágio que é a vida, está ali exposta. O inferno dos ciúmes, como serpentes enfurecidas em *Otelo*, a inconsciência senil e a ingratidão no *Rei Lear*, o ser ou não ser de *Hamlet*, ou o voo do amor que resgata em *Romeu e Julieta*, etc, etc.

E quão cristalinas, que lógicas, quanta beleza a dos raciocínios aritméticos e geométricos de Euclides, que mundo tão ordenado e puro é o das suas demonstrações com pontos, linhas e triângulos, usando somente régua e compasso, condensando todo o saber matemático grego do seu tempo.

Nas suas páginas perscrutamos de novo os ecos da sabedoria de Tales, Pitágoras, ou Eudoxio de Cnido, grandes Iniciados, e como disse Josep Pla i Carrera na sua biografia de Euclides:

Ao longo do século IV a.C consolidaram-se as novas ferramentas lógicas criadas pelos filósofos estoicos e Aristóteles, ferramentas que constituem a estrutura do texto euclidiano. Em particular, Aristóteles impôs limitações ao conceito de infinito, uma noção de importância fundamental, seja para a aritmética de raiz quadrada, seja para a geometria de Euclides e muito especialmente para o postulado crucial das paralelas.



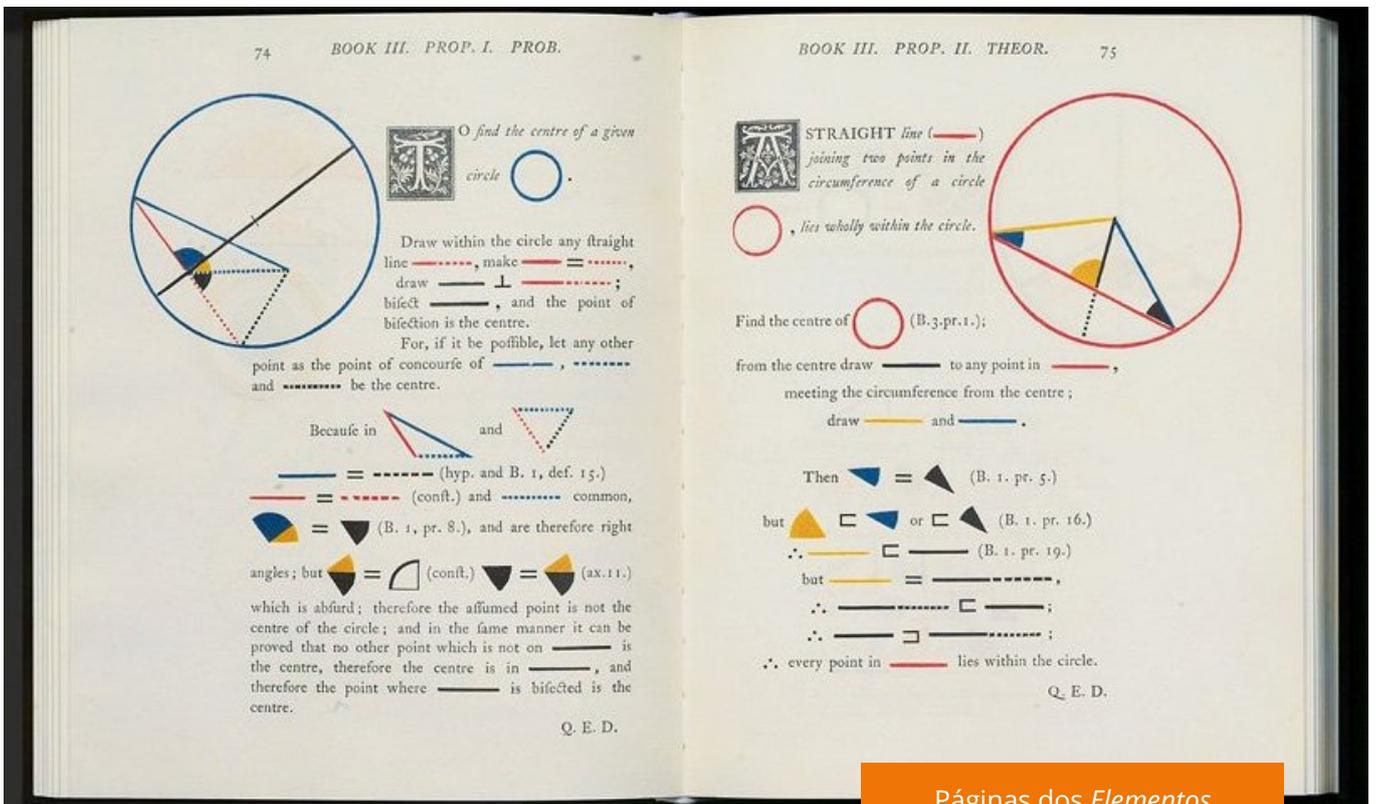
Shakespeare (em cima),
Lincoln, (ao meio), e
Euclides (em baixo).

Os elementos de Euclides são um legado e a síntese definitiva destes antecedentes. No desenvolvimento da matemática grega – fundamentalmente da geometria – há um antes e um depois desta obra magna. Outros tratados de carácter fundamental de geometria, de astronomia e de aritmética (como Sintaxe, de Cláudio Ptolomeu, a Aritmética de Diofano, ou a Sintaxe Matemática, de Papo de Alexandria) são herdeiros do seu estilo dedutivo. E ainda assim, o impacto foi mais transcendente.

O historiador Carl B. Boyer qualificou aos Elementos como o livro de referência mais influente da história, e segundo estimou, só a Bíblia teve mais edições (cerca de

mil). Descartes e Newton aprenderam nas suas páginas e obras como os Princípios da Filosofia Natural ou os Princípios Matemáticos, escritos quase dois milénios depois dos Elementos, são estruturalmente reminiscências desta última. Com toda a certeza, é o texto matemático mais relevante alguma vez escrito”.

Que necessidade de retomar de novo a uma educação e uma Filosofia mais vital, pois esta última levou mais de um século a olhar para o seu umbigo e a sonhar com fantasmas. Sem dúvida, Euclides e Shakespeare serão duas das colunas mestras no templo do reencontro com o melhor de nós mesmos, numa renovada pedagogia que nos torne melhores pessoas, mais sábios e justos. ●



Páginas dos Elementos de Euclides

PRÓXIMO NÚMERO

O CRISMÃO E O NÚMERO DE OURO

O RITMO E A ALMA DO MUNDO

GEOMETRIA PARA CONHECER-SE
A SI MESMO

PAINEL GEOMÉTRICO DE ALMADA
NEGREIROS NO MUSEU GULBENKIAN

TEXTOS FILOSÓFICOS MATEMÁTICOS
PARA REFLETIR (II)

COMENTÁRIO AO OPÚSCULO "
OS NÚMEROS" DA ENÉADA VI
DE PLOTINO

NÚMEROS PRIMOS E ESTADOS
QUÂNTICOS DO NÚCLEO ATÓMICO

O MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM E OS
PASSOS DA DANÇA

REFLEXÕES FILOSÓFICAS SOBRE A
MÉDIA ARITMÉTICA, GEOMÉTRICA E
HARMÓNICA



curso



FILOSOFIA PRÁTICA



Conhecer-se a si mesmo

O conhecimento de si mesmo é a chave de todo o conhecimento superior e da compreensão da Natureza; é o primeiro passo na transformação de nós próprios.

No entanto, nem sempre pensamos, sentimos ou agimos como gostaríamos. Temos sentimentos indesejados, alegrias fugazes e relacionamentos complicados.

Uma sábia gestão emocional pode resolver muitos dos nossos problemas, ajudando-nos a conviver com tudo o que nos rodeia.



A harmonia do mundo

Há na natureza uma harmonia com a qual podemos entrar em sintonia.

A sociedade e a harmonia nas relações são construídas por indivíduos conscientes e ativos nessa construção de um mundo melhor.

A filosofia dá-nos pistas sobre como quebrar as correntes da ignorância pessoal, do preconceito e do medo para uma sociedade mais aberta e mais livre.



O sentido da existência

Uma vida com sentido não é algo assim tão distante como se poderia pensar.

Ela está enraizada no exercício das nossas melhores capacidades inatas como a força de vontade, amor e empatia, criatividade, coragem e resiliência, atenção e serviço ao outro.

A prática das virtudes próprias do ser humano confere um sentido a cada um dos nossos actos e integra-nos com o caminho da humanidade.